Maróthi György Emlékverseny, 2017. október 20. – november 20.

– Versenykiírás –

Alapvető tudnivalók

Ezúton tájékoztatjuk az érdeklődőket, hogy a Debreceni Egyetem Matematikai Intézete és a Matematikus Tudományos Diákkör versenyt hirdet azon hallgatók számára, akik a 2017/2018-as tanév őszi szemeszterében a Debreceni Egyetem első- vagy másodéves B.Sc., illetve osztatlan tanárképzésében vesznek részt. A verseny egyéni, külön nevezést nem igényel és a középiskolás anyagra támaszkodik; a feladatsor kidolgozására a fejlécben megjelölt időszak áll rendelkezésre. A feladatsort 2017. október 20-án délben tesszük hozzáférhetővé az Intézet honlapján:

`www.math.unideb.hu`

Elérés: Tehetséggondozás » Egyetemi hallgatóknak » Maróthi György Emlékverseny

Szervezők

dr. Boros Zoltán	*(Matematikai Intézet TDK felelőse, Analízis Tanszék)*
dr. Bessenyei Mihály	*(Verseny titkára, Analízis Tanszék)*
dr. Pongrácz András	*(Algebra és Számelmélet Tanszék)*
dr. Szilasi Zoltán	*(Geometria Tanszék)*

Formai elvárások

Kérjük, minden beadott lapon tüntesse föl nevét és az aktuális feladat sorszámát. Az új feladatokat új lapra kezdje kidolgozni. Törekedjen az áttekinthető, jól olvasható írásra, világos fogalmazásra. A megoldásokat névvel ellátott zárt borítékban, Bessenyei Mihálynak címezve lehetőleg személyesen adja le az Intézet adminisztrációján (M427-es szoba).

Beadási határidő: 2017. november 20. (hétfő), 12.00.

Etikai elvárások

A feladatok megoldásához bármilyen irodalom fölhasználható a forrás pontos föltüntetése mellett. A verseny egyéni munkát föltételez. Amennyiben a másokkal való együttműködés illetve közös munka ténye megállapítást nyer, az érintettet vagy érintetteket kizárjuk a versenyből.

Eredményhirdetés: 2017. december 7. (csütörtök), 18.00, M426.

Maróthi György Emlékverseny, 2017. október 20. – november 20.

– Feladatsor –

---

1. feladat. *Artúr király elindult a Szent Grál keresésére, de otthon hagyta öt lovagját, hogy őrizzék a birodalom rendjét. Az öt lovag hamar rájött, hogy így kényelmesen elférnek a 12 ülőhelyes kerekasztal körül, ezért elhatározták, hogy a tanácskozásokon nem ülnek egymás mellé. Hányféle ülésrend képzelhető el ezzel a feltétellel, ha a forgatással egymásba vihetőket nem különböztetjük meg (de a lovagokat igen)?*

(Javasolta: Pongrácz András)

2. feladat. *Bizonyítsa be, hogy minden 3-nál nagyobb p prímszám egyértelműen írható fel $p = a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$ alakban, ahol $0 < a \leq b \leq c$ egészek!*

(Javasolta: Pongrácz András)

3. feladat. *Igazolja, hogy az ABC hegyesszögű háromszög körülírt körének A-ra illeszkedő átmérője a BC oldalt*

$$\frac{\sin 2\gamma}{\sin 2\beta}$$

arányban osztja (ahol a B illetve C csúcshoz tartozó szögek mértéke rendre β illetve γ)!

(Javasolta: Szilasi Zoltán)

4. feladat. *Legyen ABC olyan egyenlő szárú háromszög, amelynek A csúcsánál $100°$-os szög van, és legyen D a B-re illeszkedő szögfelező es AC közös pontja. Igazolja, hogy $AD + DB = BC$!*

(Javasolta: Szilasi Zoltán)

5. feladat. *Melyik valós számmal egyenlő az alábbi kifejezés?*

$$A = \frac{1}{\sqrt{1}+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{99}+\sqrt{100}}$$

(Javasolta: Bessenyei Mihály)

6. feladat. *Mutassa meg, hogy ha a, b, c, d egy érintőnégyszög oldalai, r a beírt kör sugara, akkor*

$$2r \leq \frac{a^2 + b^2 + c^2 + d^2}{a + b + c + d}$$

teljesül!

(Javasolta: Bessenyei Mihály)

Minden feladat 5 pontot ér; a sorrend nem feltétlenül tükrözi a feladatok nehézségét.