

## Hajdú-Bihar megyei középiskolák matematika versenye 2012/2013

### 9. évfolyam

1. János bácsi elindult kerékpárral Nekeresdfalváról a legközelebbi vasútállomásra. Miután az első óra alatt 12 km utat tett meg, kiszámolta, hogy ezzel a sebességgel 5 percet fog késni. Ezért a hátralévő távolságot 16 km/h sebességgel tette meg, így 15 perccel hamarabb érkezett. Hány km-re van az állomástól Nekeresdfalva?
2. Ha két természetes szám szorzatához összegüket adjuk, 2012-t kapunk. Melyik ez a két szám?
3. Egy játékgyár olyan naptárt készít, amelyen a napok sorszámát két kockán lévő számok jelzik. Mindkét kockának minden lapjára egy-egy számjegyet írnak, és a kocka egy-egy lapjának egymás mellé helyezése mutatja a megfelelő nap dátumát. Például augusztus 9-ét: az augusztus hónapot egy külön tábla mutatja, 9-ét az egyik kockán 0 számjegy és a másik kockán egy 9-es számjegy jelzi. Milyen számokat kell a kockákra festeni, ha a 9-es 6-osnak is olvasható és fordítva? Hány különböző kocka-pár készíthető, ha az említett feltételek mellett minden naptári számot ki akarunk rakni? (Nem tekintjük különbözőnek azokat a kockákat, amelyeken ugyanazok a számok másképpen vannak elhelyezve.)
4. Bizonyítsuk be, hogy ha  $n$  páratlan természetes szám, akkor  $n^4 + 14n^2 + 49$  osztható 64-gyel!
5. Az  $ABC$  háromszög  $A$  csúcsánál lévő szöge  $150^\circ$ .  $B$ -ből induló magasságának talppontja  $M_1$ ,  $C$ -ből induló magasságának talppontja  $M_2$ .  $AB$  oldalának felezőpontja  $F_1$ ,  $AC$  oldalának felezőpontja  $F_2$ . Bizonyítsuk be, hogy az  $M_1F_1$  és az  $M_2F_2$  egyenesek egymásra merőlegesek!