

Hajdú–Bihar megyei középiskolások matematika versenye

2016/2017

– 12. évfolyam –

1. feladat

Az a_n sorozatot a következőképpen adjuk meg: $a_1 = 2$, $a_{n+1} = \frac{4-a_n}{3}$, ahol $n \in \mathbb{N}^+$.
Határozza meg a_{2016} értékét!

10 pont

2. feladat

Mutassa meg, hogy $\sin^{2015} x + \cos^{2016} x + \sin^{2017} x \leq 2$, bármely valós szám esetén!
Mikor teljesül az egyenlőség?

10 pont

3. feladat

Az ABC háromszögben $AB = 10$, $ABC\angle = 60^\circ$, $ACB\angle = 90^\circ$. A P pontot véletlenszerűen választjuk ki az ABC háromszög belsejében. A BP szakaszt hosszabbítsuk meg addig, amíg elmetszi az AC oldalt. Jelölje D a metszéspontot.
Mi a valószínűsége annak, hogy $BD > 5\sqrt{2}$?

12 pont

4. feladat

Egy téglatest élleinek hossza: 4; 4; 3. Jelöljük a D csúcsból kiinduló három él végpontját A -val, B -vel és C -vel. Milyen távol van a D pont az A, B, C pontok által meghatározott síktól?

13 pont

5. feladat

Jelölje $M(a)$ az $f_a(x) = \left| a + \cos 2x + \frac{1}{2+\cos^2 x} \right|$ ($a \in \mathbb{R}$) függvény maximumát. Határozza meg az $M(a)$ értékek minimumát!

15 pont