

Valószínűségszámítás

4. feladatsor

1. Egy játékot játszunk, amelyben egy dobókockát egyszer feldobunk, és annyiszor 100 Ft-ot nyerünk, amennyit a kockával dobtunk. Jelentse a ξ valószínűségi változó a nyert összeget. Adjuk meg a valószínűségi változó eloszlásfüggvényét, várható értékét és szórását! Ábrázoljuk az eloszlásfüggvényt!
2. Két kockát dobunk fel egyszerre. A dobott számok összegét tekintjük valószínűségi változónak. Írjuk fel és ábrázoljuk a valószínűségi változó valószínűség-eloszlását és eloszlásfüggvényét!
3. Két kockát dobunk fel egyszerre. A dobott számok különbségének abszolút értékét tekintjük valószínűségi változónak. Írjuk fel és ábrázoljuk a valószínűségi változó valószínűség-eloszlását és eloszlásfüggvényét, továbbá számítsuk ki annak a valószínűségét, hogy a valószínűségi változó értéke 2-nél nagyobb, de a 4-et nem haladja meg!
4. Egy diszkrét valószínűségi változó lehetséges értékei -1 és 6 , melyeket rendre $\frac{1}{3}$ és $\frac{2}{3}$ valószínűséggel vesz fel. Írjuk fel a valószínűségi változó eloszlásfüggvényét, számítsuk ki értékét az $x = 0$ helyen, és ábrázoljuk az eloszlásfüggvényt!
5. Egy útvonalon az autókat három, egymás utáni jelzőlámpa állíthatja meg. Bármely időpontban mindegyik $\frac{1}{2}$ valószínűséggel jelez szabad vagy tilos utat. Legyenek a ξ valószínűségi változó értékei azon jelzőlámpák száma, amelyek egy autónak az útvonalon tilosat mutatnak. Adjuk meg a valószínűségi változó eloszlását!
6. Három ember között először 100, majd 200 és végül 300 forintot sorsolnak ki; az egyes sorsolások eredménye független egymástól. Legyen a ξ valószínűségi változó értéke egy előre kiszemelt résztvevőnek a sorsolás alapján jutó százalékos száma. Határozzuk meg és ábrázoljuk a ξ eloszlásfüggvényét, és adjuk meg annak valószínűségét, hogy az illető 300 forintnál kevesebbet nyer, illetve hogy 350 forintnál kevesebbet nyer.
7. Egy sorsjátékon 1 darab 5000 Ft-os, 10 db 500 Ft-os és 50 darab 100 Ft-os nyeremény van. A játékhoz 10 000 db sorsjegyet adnak ki. Mennyi legyen a jegy ára, hogy egy sorsjegyre a nyeremény várható értéke a jegy árának a felével egyezzen meg?
8. 2018. február 24-én egy két találatos lottószelvény 1380 forintot, egy három találatos 16790 forintot, egy négy találatos 1805920 forintot és egy öt találatos 906255450 forintot nyert. Ezen a napon mennyi volt egy véletlenszerűen kitöltött lottószelvényvel elért nyeremény várható értéke?
9. Két játékos közül az első egyszerre három darab forintos érmét dob fel, a második egyszerre két darab forintos érmét. Az nyer, aki több fejet dobott, és nyereségként megkapja a másik játékos feldobott érméit. Ha a fejek száma azonos, akkor a játékot addig folytatják, amíg valamelyikük nem nyer. Mekkora az első játékos nyereségének várható értéke? (A veszteséget „negatív nyereségnek” tekintjük.)
10. Egy sorsjátékban, amelyben ezer sorsjegy vesz részt, 1 db 1000 Ft-os, 10 db 100 Ft-os és 100 db 20 forintos nyereményt sorsolnak ki. Számítsuk ki a kisorsolt nyeremény várható értékét!
11. Egy szabályos pénzérmét feldobunk. Ha az első dobás eredménye fej, akkor még kétszer dobunk, ha írás, akkor még egyszer. Mennyi a fejdobások számának várható értéke és szórása?
12. Egy játékos feldob egy kockát. Ha páratlan számot dob, veszít 1 Ft-ot, ha 6-ost dob, nyer 4 Ft-ot, ha 2-est vagy 4-est, újból dobhat. A második dobásnál 1 Ft-ot nyer, ha párost dob, 2 Ft-ot veszít, ha páratlant dob. Állapítsuk meg, hogy a játékos számára előnyös, méltányos vagy hátrányos a játék!
13. Egy kockával addig dobunk, míg 6-os dobás nem lesz az eredmény. Mennyi az addigi dobásszám várható értéke és szórása, ha az utolsó dobást is beleszámítjuk?
14. Érmével dobunk addig, amíg először fordul elő, hogy két egymás utáni dobás azonos. Mennyi a szükséges dobások számának várható értéke és szórása?