

Herendiné Kónya Eszter

Kreatív tulajdonságok megjelenése a matematika órákon

A kreativitás alkotó gondolkodást jelent.

A kreatív életszemlélet segítségünkre lehet abban, hogy a külvilág folyamatos változásait követni, sőt uralni tudjuk, ismeretlen szituációk elé kerülve helytállhassunk, tudatosan cselekedhessünk.

A kreatív személyiség jellemzői

"A kreatív egyének a sokoldalúságot, a sokféleséget részesítik előnyben; differenciáltabban és teljesebben élnek meg dolgokat, mint a kevésbé kreatív emberek. Ítéleteikben függetlenebbek, öntudatosabbak, dominánsabbak és narcisztikusabbak. Védekeznek mindenféle korlátozás és elnyomás ellen. Fogékonyság, játékos alkotó kíváncsiság és érzékenység jellemzi őket, ezért kevesebb az előítéletük is. Gondolkodásuk fantáziadús, flexibilis, és eredetiségre vall, ötleteik megvalósításában alaposak, gondosak." (*Erika Landau: Bátorság a tehetséghez*)

A kreatív tulajdonságok különböző mértékben ugyan, de minden embernél megtalálhatók, mégis, a megszokás, az előítélet, a kudarctól és a társadalom elutasításától való félelem gátolja ezek felszínre kerülését.

Tehát a gyermekeknek olyan inspiráló környezetre van szükségük, amely lehetővé teszi meglévő intellektuális, emocionális, szociális képességeik kibontakozását.

Az iskola, a különböző tantárgyak tanítása számtalan lehetőséget kínál a gyermekek kreatív személyiségjegyeinek feltárására, fejlesztésére. A matematikaoktatásban minden olyan tevé-

kenység, amely túlmutat a tanulók reproductív gondolkodásán, kreatívnak tekinthető.

Dolgozatomban egy olyan felmérés eredményeit ismertetem, amely a tanulók egyes kreatív tulajdonságainak meglétét, illetve hiányát vizsgálja megfelelően összeállított feladatsor segítségével. A feladatsort több évfolyamon is megoldattam, így az egyes kreatív tulajdonságok fejlődéséről is képet kaptam.

A mérhetőség érdekében az alábbi kreatív tulajdonságokat figyeltem:

Problémaérzékenység

Problémának az tekinthető, amiben az ember nem bizonyos, de legalább annyi ismerete van, hogy felkelti az érdeklődését. A probléma, különösen egy matematikai feladat, viszonylagos: van akinek nehézséget okoz, van akinek nem. Ha túl könnyű a feladat, akkor unalom, ha túl nehéz, akkor érdektelenség léphet fel.

Problémaérzékenységről akkor beszélünk, ha egy probléma felkelti a tanuló érdeklődését, és ha megérti a probléma lényegét. A tanulók írásbeli munkájában erre a képességre az utal tehát, hogy hozzákezdenek-e egy feladathoz, illetve, hogy van-e értékelhető a munkájukban.

Ötletgazdagság

A tanuló képes ötleteket felvonultatni a probléma meglátásához és megoldásához. A feladatmegoldás során felvonultatott, a megoldás irányába mutató jó ötletek számával mérhetjük, megjegyezve, hogy a jó ötletek nem biztos, hogy teljesen és hibátlanul meg is valósulnak.

Hajlékonyság

A tanuló egy problémához képes többféle, minőségileg nem különböző megoldási módot adni. A különböző megoldásokat a felhasznált ismeretek alapján kategóriákba soroljuk, és azt vizsgáljuk, hogy egy-egy kategórián belül hány különböző megoldás született.

Hugalmasság

A tanuló egy problémához képes többféle, minőségileg különböző megoldást keresni. Mérése a megoldások kategóriákba sorolása után a különböző kategóriák számával történhet.

Könnyedség

A tanuló megoldását a sikeres és sikertelen ötletek viszonylag nagy száma jellemzi. Összeszámoljuk a kapott megoldásokat, függetlenül attól, hogy ezzel helyesek-e vagy sem.

Az ötletgazdagság megléte előfeltétele a fenti három tulajdonság bármelyikének.

Eredetiség

A tanulónak egy problémára adott megoldása sikeres, és eltér a szokványostól. Ez a tulajdonság nehezen mérhető, és a többi tanuló megoldásához viszonyítva értékelhető.

A fenti képességek a divergens (szétágazó) gondolkodást jellemzik, s jól mérhetők olyan feladatokkal, melyekben a cél csoportokba rendezés megadott, vagy szabadon választott szempontok szerint.

Kidolgozottság

A tanuló képes az ötletét megvalósítani, teljes, áttekinthetően jól kidolgozott megoldást adni. Ez a képesség a konvergencia gondolkodást jelzi, mérése a helyes megoldási terven alapuló helyes megoldással történik.

Újrafogalmazás

A tanuló képes a számára ismeretlen, vagy újszerű anyagot korábban már megismerthez közelíteni. Képes analógiák felfedezésére, a probléma leírására valamely matematikai modell alkalmazásával.

Kiterjesztés

A tanuló képes egy feladat megoldása után továbblépni, a feladatot általánosítani, a feltételek változtatásával új feladatokat konstruálni, összefüggéseket felfedezni az eredeti, és a kiterjesztett feladat megoldásai között. Képes az adott probléma megoldása során szerzett tapasztalatait hasonló, de más körülmények között jelentkező problémákban is felhasználni.

Transzferálás

A tanuló egy probléma megoldása során az adott témakörből látszólag teljesen eltérő ismeretanyagot használ fel. Képes a matematika különböző területeinek eredményeit, vagy akár matematikán kívüli ismereteket is alkalmazni az adott probléma megoldásához.

A felmérés körülményei

A feladatokat 3. és 8. osztályos tanulókkal, valamint tanítóképző főiskolás hallgatókkal oldattam meg.

A feladatsorok összeállításánál döntő szempont volt, hogy lehetőség szerint a megoldások minél több kreatív tulajdonságra utaljanak. A különböző évfolyamok teljesítményének összehasonlítása érdekében lényeges volt a feladatok kiválasztásánál, hogy lehetőleg változtatás nélkül adhassuk ki mind a három korosztálynak.

Két, 4 feladatból álló feladatsort állítottam össze, egyiket 8. osztályosokkal, a másikat 3. osztályosokkal íratam meg. A két feladatsor hasonló, a nyolcadikosokén csak abban az esetben „nehéztettem”, amikor úgy éreztem, hogy számukra a feladat megoldása nem kreatív gondolkodást, hanem a már tanult ismeretek, megoldott feladatok reprodukálását jelentené. A nyolcadikosok és a hallgatók ugyanazt a feladatsort oldották meg.

Mindegyik csoportban 40 perc állt rendelkezésre a feladatlap kitöltéséhez. Igyekeztem a szóbeli instrukciókat mellőzni, valamint az önálló munka feltételeit megteremteni.

Direkt külső motiváció, pl. érdemjegy, nem volt, ennek hiánya legkevésbé a hallgatókat befolyásolta.

A feladatok ismertetése

A felmérés négy feladata közül kettőt mutatok be, ezek elemzése áttekintést nyújt az évfolyamok teljesítményéről.

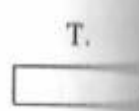
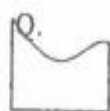
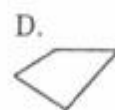
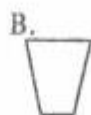
Az alábbiakban ismertetem a feladatokat, ezek megoldásait, a megoldások értékelésének szempontjait, valamint azt, hogy mely szempontok mely kreatív tulajdonságokra utalnak.

1. feladat:

3. és 8. osztály:

Milyen tulajdonságok alapján tudnád csoportosítani az alábbi síkidomokat?

Ha megadsz egy tulajdonságot, írd mellé azoknak a síkidomoknak a betűjelét, amelyekre a tulajdonság igaz!



Megoldás

Írjuk fel a sokszög tulajdonság felsorolható. Pl.:

Csak egyenes vonalak határolják: A, B, C, D, E, G, I, J, K, M, O, H, S, T

Csak görbe vonalak határolják: F, H, L

Egyenes és görbe vonalak határolják: N, P, Q

Konvex: A, B, C, D, E, F, J, L, M, N, O, P, R, S, T

Nem konvex: G, H, I, K, Q

Van derékszöge: G, J, O, Q, R, T

Nincs derékszöge: A, B, C, D, E, F, H, I, K, L, M, N, P, S

Van két párhuzamos oldala: A, B, E, G, J, O, Q, T

Nincs párhuzamos oldal párja: C, D, F, H, I, K, L, M, N, P, R, S

Négyyszög, ötszög, stb.

Minden oldala egyenlő hosszú: C, E, I, J, M, O

Tengelyesen szimmetrikus: B, C, E, F, G, I, J, L, M, N, O, R, S, T
stb.

A megoldások értékelése

- Hozzákezd a feladathoz.
- Van értékelhető a munkájában.
- Megad különböző kategóriákba tartozó tulajdonságokat.
- Legalább 4 (3) különböző kategóriát használ.
- Legalább 3 (2) kategóriát használ, és nem ad meg rossz tulajdonságot.
- Egy kategórián belül megad legalább 2 különböző tulajdonságot.

- g, Legalább 2 kategóriához megad legalább 2 tulajdonságot, és nem ad meg rosszat.
- h, Legalább 3 kategória esetén mindegyikhez megad legalább 1 tulajdonságot, és nem ad meg rosszat.
- i, Megad legalább 5 tulajdonságot.
- j, Megad legalább 5 tulajdonságot, és nem ad meg rosszat.
- k, A tulajdonságok megadásánál logikai kifejezést használ (pl. van, vagy, létezik, minden, nem létezik, nem minden, stb.)

Megjegyzések:

- Minden szempont 1-1 pontot jelent.
- A felsorolt tulajdonságokat egy kategóriába tartozónak tekintettem, ha ugyanabba a fogalomkörbe tartoztak. Pl.: a konvexitásra, vagy az oldalak párhuzamosságára utaló tulajdonságok két különböző kategóriába tartoznak.
- A d, és az e, pontban zárójelbe tett számokat harmadikosok értékelésénél vettem figyelembe, hiszen ők még jóval kevesebb síkidom tulajdonságról tanultak, mint a nagyobbak.

A felsorolt szempontok az alábbi kreatív tulajdonságokra utalnak

Problémaérzékenység: a, b,: 2 pont

Ebben az esetben ez azt jelenti, hogy képes több helyes síkidom tulajdonság felsorolására, valamint tud ezekhez megfelelő síkidomokat rendelni.

Rugalmasság: c, d, e,: 3 pont

A kategóriaváltások számát figyelve mérhetjük.

Hajlékonyság: f, g, h.: 3 pont

Az egy kategórián belül felsorolt síkidom tulajdonságok száma utal erre a tulajdonságra.

Könnyedség: i.: 1 pont

A felsorolt síkidom tulajdonságok (akár helyesek, akár nem) számától függ. A könnyedség szempontjából nem lényeges, hogy a tulajdonságokhoz a síkidomok hozzárendelése hibátlan legyen.

Ötletgazdagság: j.: 1 pont

Biztosan a síkidom tulajdonságok számával mérhető, de lényeges, hogy ezek helyes tulajdonságok legyenek, ténylegesen a feladat megoldását szolgálják.

Transzferálás: k.: 1 pont

A feladat lehetőséget nyújt a geometria és a logika témaköreinek összekapcsolására. A tulajdonságok megadásánál használhatunk kvantorral ellátott logikai függvényeket. Pl.: Minden szöge derékszög, Van két párhuzamos oldalpárja, stb.

A. feladat

8. osztály:



Az alábbi négyzetet a rácsvonalak mentén darabold fel minél többféleképpen téglalapokra úgy, hogy a téglalapok között ne legyen két egybevágó!

Mennyi a legtöbb berajzolható téglalap?

Mennyi a maximálisan berajzolható téglalapok száma 5x5-ös négyzet esetén?

3. osztály:

Az alábbi négyzetet a rácsvonalak mentén darabold fel különböző téglalapokra úgy, hogy a téglalapok között ne legyen két egyforma!

Egyformának tekintjük pl. a következő két téglalapot:  



Készíts másféle feldarabolásokat is!

Az alábbi négyzeteket mindkét csoportnak megadtam:



Megoldás:

8. osztály:

Egy négyzet akkor áll a legtöbb különböző téglalapból, ha a lehető legkisebb területű téglalapokat használjuk fel.

Lehetséges téglalapok, melyek egy 4x4-es négyzetbe beírhatók:

Téglalap mérete	1x1	1x2	1x3	1x4	2x2	2x3	2x4	3x3	3x4	4x4
Téglalap területe	1	2	3	4	4	6	8	9	12	16

A 4x4-es négyzet területe 16 egység. A 16 a fenti számok (1,2,3,4,4,6,8,9,12,16) segítségével a következőképpen bontható a legtöbb tag összegére:

$$16 = 1 + 2 + 3 + 4 + 6.$$

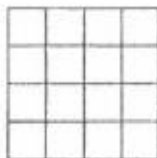
Tehát a legtöbb berajzolható különböző téglalapok száma 5 lehet.

Nézzük meg, hogy ez valóban lehetséges:

1x1, 1x2, 1x3, 1x4, 2x3:



1x1, 1x2, 1x3, 2x2, 2x3:



Ugyanezt a gondolatmenetet követve és általánosítva, 5×5 -ös négyzet esetén a lehetséges téglalapok:

Téglalap mérete	1x1	1x2	1x3	1x4	1x5	2x2	2x3	2x4	2x5	3x3	3x4	3x5	4x4	4x5	5x5
Téglalap területe	1	2	3	4	5	4	6	8	10	9	12	15	16	20	25

A 25-öt a fenti számok (1, 2, 3, 4, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 12, 15, 16, 20, 25) felhasználásával $1+2+3+4+4+5+6$ módon lehet a legtöbb tag összegére felbontani.

Meg kell még vizsgálni, hogy a számoknak megfelelő 7 téglalap a négyzetben valóban elhelyezhető.

1x1, 1x2, 1x3, 1x4, 2x2, 1x5, 2x3:



A megoldások értékelése

8. osztály:

- Hozzákezd a feladathoz.
- Van értékelhető a munkájában.
- Csak téglalapokból álló felbontásokat készít.
- Egy felbontás sem tartalmaz egybevágó téglalapokat.
- Készít legalább 3 jó felosztást, és nem készít rosszat.
- Készít legalább 6 felosztást.
- Készít legalább 6 jó felosztást, és nem készít rosszat.

- h, Készít legalább 1 jó felosztást, és jól határozza meg a berajzolható téglalapok maximális számát. (5)
- i, Foglalkozik az 5x5-ös esettel.
- j, Jól határozza meg a berajzolható téglalapok maximális számát az 5x5-ös esetben. (7)

A felsorolt szempontok az alábbi kreatív tulajdonságokra utalnak

8. osztály:

Problémaérzékenység: a, b,: 2 pont

Ötletgazdagság: e, g, h,: 3 pont

A helyesen elkészített különböző felosztások számával mérhető

Könnyedség: f,: 1 pont

Az elkészített felosztások száma utal erre a tulajdonságra, függetlenül attól, hogy ezek a felosztások helyesek, vagy nem.

Újrafogalmazás: c, d,: 2 pont

A feladatban leírt feltételeket a tanuló rajzzal interpretálja, azaz képes a feltételeknek megfelelő felbontásokat készíteni.

Kiterjesztés: i, j,: 2 pont

A kiterjesztés első szintje, hogy képes jó felosztást készíteni 5x5-ös esetben is. A következő szint, hogy jó választ ad a maximális téglalapszámra mindkét esetben.

Megoldás

3. osztály

A helyes megoldást az jelenti, hogy sok, lehetőleg különböző felbontást készít a tanuló, és ezek alapján megállapítja, hogy mennyi a legtöbb berajzolható téglalap 4×4 -es négyzet esetén. Az elkészített felbontások között megjelöli a maximális téglalapszámú felbontást, és válaszol a kérdésre. (5 különböző téglalap a legtöbb, ami berajzolható.)

A megoldások értékelése

3. osztály

- a, Hozzákezd a feladathoz.
- b, Van értékelhető a munkájában.
- c, Csak téglalapokból álló felbontásokat készít.
- d, Egy felbontás sem tartalmaz egybevágó téglalapokat.
- e, Készít legalább 3 jó felosztást, és nem készít rosszat.
- f, Készít legalább 6 felosztást.
- g, Készít legalább 6 jó felosztást, és nem készít rosszat.
- h, Készít legalább 1 jó felosztást, és jól határozza meg a berajzolható téglalapok maximális számát. (5)

A felsorolt szempontok az alábbi kreatív tulajdonságokra utalnak

3. osztály:

Problémaérzékenység: a, b,,: 2 pont

Ötletgazdagság: e, g, h,,: 3 pont

A helyesen elkészített különböző felosztások számával mérhető

Könnyedség: f,,: 1 pont

Az elkészített felosztások száma utal erre a tulajdonságra, függetlenül attól, hogy ezek a felosztások helyesek, vagy nem.

Újrafogalmazás: c, d,,: 2 pont

A feladatban leírt feltételeket a tanuló rajzzal interpretálja, azaz képes a feltételeknek megfelelő felbontásokat készíteni.

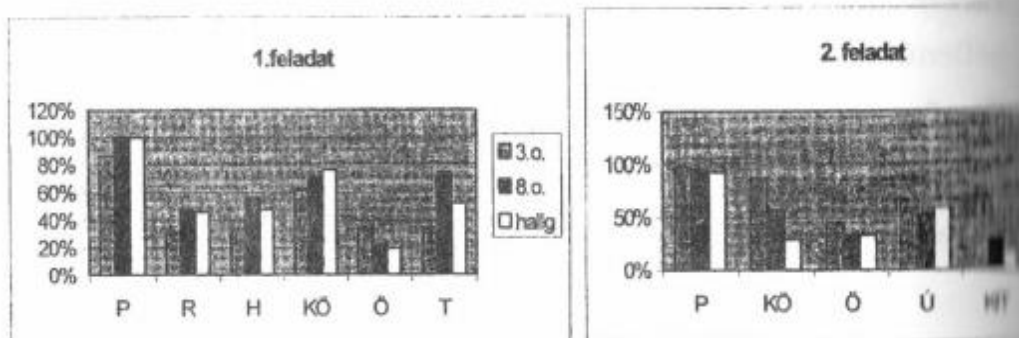
A felmérés értékelése

Tanulónként összegeztem a különböző tulajdonságokhoz rendelt pontszámokat, majd ezeket százalékosan is kifejeztem a maximálisan adható pontszámok figyelembevételével. Így a százalékos értékek képet adnak az egyes tanulók kreatív tulajdonságainak mértékeiről.

Ez a kép természetesen nem teljes, hiszen előfordulhat pl., hogy valaki egy feladatot nem azért nem oldott meg tökéletesen, mert nincsenek meg ehhez a szükséges kreatív tulajdonságai, hanem hiányzott az idő, a kellő motiváció (kedv), stb.

Az egyes évfolyamok átlagai százalékosan kifejezve, feladatonként

A tulajdonságok vizsgálatánál alapvetően két szempontra figyeltem. Egyrészt arra, hogy fejlődnek-e a kreatív képességek, azaz a harmadikosok, nyolcadikosok, hallgatók eredményei ebben a sorrendben nőnek-e, másrészt vannak-e kiugróan nagy eltérések egy-egy tulajdonságon belül az évfolyamok között.



Az 1. feladat azonos mindhárom csoportban, így jól összehasonlíthatók a teljesítmények.

Tapasztalatok

- A problémaérzékenység, rugalmasság, könnyedség terén részben erősnyesült a várt tendencia, azaz a felsőbb évesek eredményei a jobbak, bár a rugalmasságnál a nyolcadikosok és a hallgatók között nincs különbség. Jelentősebb eltérés a rugalmasság és a hajlékonyság tekintetében a harmadikosok és a nyolcadikosok között mutatkozik.
- A hajlékonyság és a transzferálás a nyolcadikosoknál a legmagasabb, az eltérés különösen a transzferálás esetében szembetűnő, tehát a sikeres tulajdonságok megfogalmazásánál az a csoport használta leginkább a legkisebbekből tanultakat.
- Az ötletgazdagság, azaz a jó megoldás irányába mutató ötletek száma a legkisebbeknél a legnagyobb, míg a másik két csoportban közel azonos.

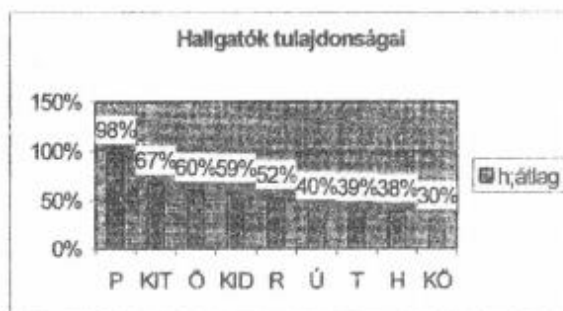
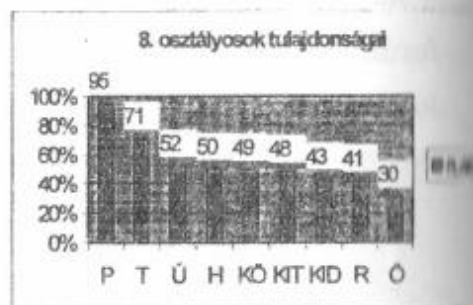
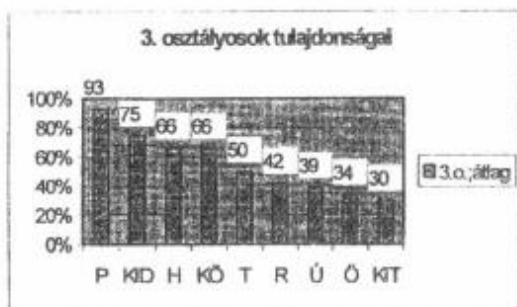
A harmadikosok 2.feladatában nem szerepelt nagyobb négyzetre vonatkozó kérdés, így náluk a kiterjesztés képességét nem mérhettük.

Tapasztalatok

- A fejlődésnek megfelelő eredményt egyik tulajdonság esetén nem kaptam.
- A könnyedség, ötletgazdagság, újrafogalmazás esetében éppen fordítva, a harmadikosok voltak a legjobbak. Különösen a könnyedség esetén jelentős az eltérés. A csoportok életkorának növekedésével csökken a próbálkozási kedv, ez talán összefüggésben van azzal, hogy az évek során a tanulók megszokják, hogy hibás ötleteiknek negatív következményei lehetnek, ezért igyekeznek „biztosra” menni. Az ötletgazdagságban mutatott eredmények hasonlóak az 1. feladatban megfigyelttel, itt is a legfiatalabbak mutatkoztak a legötletgazdagabbaknak.
- A kiterjesztés képessége jobb a nyolcadikosok esetében, azaz náluk többen foglalkoztak a több négyzetből álló esettel.

A tulajdonságok sorba rendezése osztályonként

Minden osztályban megállapítottam az egyes tulajdonságokra kapott pontok átlagát, majd ez alapján felállítottam a tulajdonságok sorrendjét. (A grafikonok nem csak a fentebb ismertetett két feladat eredményeit mutatják, hanem a teljes, négy feladatból álló feladatlapét.)



Tapasztalatok, 3. osztály

- Az első 3 helyen a problémaérzékenység, kidolgozottság, hajlékonyság, könnyedség szerepel. A kidolgozottság, azaz a feladatok helyes megoldási terv alapján történő hibátlan megoldása, meglepően jó helyen áll, ebben az életkorban az ilyenfajta konvergens gondolkodás hiánya még nem jelentene nagy problémát. A hajlékonyság, könnyedség esetében a 60% feletti

- teljesítmény örvendetes, remélhető, hogy az évek során a tanulók nem vesznek el ilyen irányú képességeiket.
- Az utolsó két hely az ötletgazdagság, és a kiterjesztés képességéé. Az ötletgazdagság a helyes, ill. a megoldás irányába mutató ötletek számára utal, ez az ismeretek, feladatmegoldó módszerek bővülésével folyamatosan nőhet. A kiterjesztés, azaz a feladat általánosításának képessége, szintén fejlődhet a tanult ismeretek számának függvényében.

Tapasztalatok, 8. osztály

- A problémaérzékenységen kívül a transzferálás értéke magas, tehát a tanulók képesek egy adott témakörtől látszólag eltérő ismeretanyag beépítésére feladatmegoldásuk során.
- A tulajdonságok nagy része 50%-os eredményt mutat.
- A kidolgozottság, rugalmasság, ötletgazdagság a leggyengébb, ez utóbbi nem mutatja azt a fejlődést, amelynek a 8. osztályosok munkájában, figyelembe véve több éves matematikai tapasztalataikat, meg kellene nyilvánulnia.

Tapasztalatok, hallgatók

- Az ötletgazdagság, kidolgozottság viszonylag előkelő helyen áll, ez összhangban van a csoport életkorával.
- Szintén megfelel ennek az, hogy a rugalmasság ebben a csoportban megelőzi a hajlékonyságot, hiszen a különböző kategóriákba tartozó válaszok száma összefügg a nagyobb tudással.
- A könnyedség jellemző legkevésbé a gondolkodásukra, ennek a képességnek a hiánya arra utal, hogy a tanulók csak azokat a megoldásokat írják le, amelyeknek a helyességében teljesen biztosak.

Irodalomjegyzék:

- Dr. Czeglédy István-Dr. Orosz Gyuláné-Dr. Szalontai Tibor
Szilák Aladárné:
Matematika tantárgypedagógia I., Calibra Kiadó, 1994.
- Erika Landau: Bátorság a tehetséghez, Calibra Kiadó, 1997.
- Klein Sándor: A komplex matematikatanítási módszer pszichológiai hatásvizsgálata, Akadémiai Kiadó, 1980.