

AZ ALSÓ TAGOZATOS GEOMETRIATANÍTÁS HELYZETÉNEK ELEMZÉSE

Herendiné Kónya Eszter

Munkámban az alsó tagozatos geometriatanítás helyzetét a különböző tankönyvcsaládokban megjelenő geometriai feladatokon keresztül elemzem.

Az ún. van Hiele elmélet vázlatos bemutatása után a tanított fogalomkörökről, majd a tankönyvekben megjelenő fogalmak van Hiele-szintjének meghatározásáról lesz szó.

A van Hiele- elmélet:

Két holland didaktikus, Pierre van Hiele és Dina van Hiele-Geldorf 1957-ben kidolgozott egy pedagógiai elméletet a geometriai gondolkodás folyamatának megismerésére. Az elmélet öt fejlődési szintet különböztet meg.

0. szint, a globális felismerés szintje:

Ebben a kezdeti szakaszban a tanulók a geometriai alakzatokat egységes egészként fogják fel, nem képesek elkülöníteni egymástól ezek alkotóelemeit, és nem látják az alakzatok között lévő összefüggéseket sem, de arra képesek, hogy felismerjék az alakzatokat, megnevezzék őket.

1. szint, az elemzés szintje:

A tanulók kezdik felismerni, megkülönböztetni az alakzatok alkotórészeit az egésztől, megfigyelik ezek eltérő tulajdonságait. Képesé válnak arra, hogy a megfigyelt tulajdonságok alapján csoportosítsák az ismert alakzatokat. Ezek a tulajdonságok azonban elkülönülten, a konkrét alakzatokhoz kötötten jelennek meg, és nem látnak kapcsolatokat egy alakzat különböző tulajdonságai, ill. különböző alakzatok tulajdonságai között.

2. szint, az informális dedukció szintje:

Tulajdonságaik alapján kapcsolatba hozzák egymással a különböző alakzatokat, így képesé válnak a köztük lévő hierarchia megértésére. Már van értelme a definíciónak, mivel felismerik a tanulók az alakzat tulajdonságai közötti összefüggéseket.

Egyszerű, szemlélet alapján elfogadott tényeket felhasználó következtetési lánc megértésére is képesek. Döntéseik indoklásában az észlelés szerepét fokozatosan átveszi az ok-okozati összefüggések keresése.

3. szint, a formális dedukció szintje:

Ezen a szinten fogják fel a tanulók a dedukció értelmét. Adott a szemlélethez közelálló axiómarendszerben képesek ok-okozati összefüggések megfogalmazására, egyszerűbb bizonyítások konstruálására. Képesek állítások általánosítására, szerkesztési feladatok diszkutálására.

Megismerkednek különböző bizonyítási eljárásokkal (direkt, indirekt, szintetikus, transzformációs, koordinátageometriai, vektoros, teljes indukciós), egy állítás szükséges és elégséges feltételének fogalmával.

4. szint, a formális logika szintje:

Ez a gondolkodás a Hilbert-féle axiomatikus gondolkodásnak felel meg. Lehetővé válik a formális logikai műveletek, következtetések megértése, elvégzése a konkrét geometria interpretációjától függetlenül. Jellemző az általános logikai törvények felismerése, a nemeuklideszi geometriák, különböző axiómarendszerek közötti összefüggések megértése.

Miközben a tanuló egy adott szintről eljut a következőre, az alábbi tanulási fázisokon megy keresztül, függetlenül attól, hogy éppen melyik ámenetről van szó.

1. fázis (informálódás):

Beszélgetések során a tanár feltérképezi, mi az, amit a tanuló már tud az új témáról, a tanuló előtt pedig körvonalazódik, hogy miről lesz szó a következőkben.

2. fázis (irányított felfedeztetés):

A tanuló konkrét, a tanár által gondosan megtervezett tevékenységek (rajzolás, hajtogatás, modellezés) révén ismerkedik meg az új fogalmakkal.

3. fázis (magyarázat)

Miközben a tanulók saját szavaikkal elmondják egymásnak megfigyeléseikkel, felfedezéseikkel kapcsolatos ötleteiket, a tanár bevezeti a lényeges fogalmak pontos matematikai megnevezéseit.

4. fázis (nem irányított felfedeztetés):

A tanulók nyitott végű problémák vizsgálatával foglalkoznak a korábban szerzett tapasztalatokat felhasználva.

5. fázis (integráció):

A tanulók áttekintik és összegzik az újonnan tanultakat, kiegészítik ezekkel meglévő fogalmi és relációs rendszerüket.

A van Hiele modell főbb jellemzői:

- A szintek sorrendje kötött, ahhoz, hogy valaki megfeleljen egy adott szint követelményeinek, előbb meg kell felelnie a megelőző szintek elvárásainak.
- Minden szintnek megvan a saját nyelvezte, saját szimbólumrendszere. Ugyanazt a fogalmat különböző szinten különbözőképpen jelenítjük meg. Ennek a megállapításnak lényeges következménye, hogy a tanárnak ugyanazon a szinten kell tanítania, mint amilyen szinten a tanulók vannak, annak ellenére, hogy az ő gondolkodása magasabb szintű követelményeknek is eleget tesz.
- Mindaz, amit az egyik szinten még csak implicit módon említünk, a következő szinten kifejtjük.

- Ha a tanár magasabb szinten tanít, mint amilyen szinten a tanulók vannak, akkor megértés helyett maximum a tananyag memorizálásáig jutnak el.
- Elképzelhető, hogy az egyes tanulók különböző geometriai fogalmak esetén különböző gondolkodási szinten állnak.
- Egy adott szint elérése elsősorban a tanulás minőségétől függ, nem pedig a tanuló életkorától.

A továbbiakban elsősorban azt vizsgáljuk, hogy az általánosan használt tankönyvek geometriai feladatai mennyire felelnek meg a van Hiele-elmélet követelményeinek, alátámasztják-e a modell főbb jellemzőit. Az elemzés szempontjai a következők:

1. Tanított fogalomkörök
2. Különböző geometriai témakörbe tartozó feladatok aránya a tankönyv összes feladatához viszonyítva
3. Tantervi követelmények
4. A van Hiele-szintek meghatározása az egyes fogalomkörök esetén
5. A feladatok nyelvezete és a szintek elvárásainak kapcsolata
6. A szintek közötti átmenet fázisainak megjelenése
7. Eszközhasználat

1. Az alsó tagozatos tankönyveket tanulmányozva megállapíthatjuk, hogy a geometriai feladatok az alábbi fogalmakra, fogalomkörökre épülnek:

- Síkidom, sokszög, háromszög, négyszög
- Téglalap, négyzet
- Pont, vonal, felület
- Egyenesek kölcsönös helyzete
- Szög, derékszög
- Test, poliéder
- Alaprajz, nézetek
- Téglatest, kocka
- Hasonló, egybevágó alakzatok
- Tükrözés, forgatás, eltolás

2. Kíváncsiak voltunk a geometriai feladatok arányára a tankönyv összes feladatához viszonyítva. Ezért három tankönyvcsaládot vizsgáltunk meg évfolyamokra lebontva. A tankönyvben lévő feladatok számát összevetettük a tisztán geometriai feladatok számával. A felsorolt témakörökbe tartozó feladatok arányát az 1. táblázat mutatja:

Tankönyvcsalád	1. osztály	2. osztály	3. osztály	4. osztály
A	3%	3%	7%	8%
B	3%	11%	9%	9%
C	7%	7,5%	8,5%	8%

1. táblázat

Található ugyan eltérés egy évfolyamon belül az egyes tankönyvcsaládok esetén, pl. 1. osztályban a C, 2. osztályban a B tankönyv tartalmaz a másik kettőnél valamivel több geometriai tárgyú feladatot, de általánosan megállapíthatjuk, hogy a geometria az alsó tagozaton a többi oktatott témakörhöz viszonyítva kevésbé, (3-11%-ban), van jelen.

3. A tankönyvi feladatokat a tantervi követelményekkel összevetve láthatjuk, hogy nincs olyan geometriai fogalom, amely a tantervben szerepel, valamelyik tankönyvben azonban nem. Találkozhatunk viszont olyan ismeretekkel, melyeket a tankönyvek igen, a tanterv pedig nem tartalmaz.

Az alábbiakban a tanterv néhány, elemzésünk szempontjából fontos pontját emeljük ki. Ezek a kiemelések alátámasztják azt, hogy a tanterv figyelembe veszi a van Hiele-szintek elvárásait.

Tantervi követelmények

<p>1. osztály</p> <ul style="list-style-type: none"> • Testek, alakzatok érzékkelhető tulajdonságainak felismerése, azonosságok és különbözőségek kifejezése. • Testek építése szabadon, majd modell alapján. • Játékos tapasztalatszerzés síktükörrel. 	<p>3. osztály</p> <ul style="list-style-type: none"> • Síkidomok előállítására egy-két feltétel megkötésével. (Kirakás, papírhajtogatás, nyírás, vonalzó és körző használata.) • A téglalap és a négyzet tulajdonságai: oldalak, csúcsok száma. A tulajdonságok összehasonlítása. • Nagyítás, kicsinyítés, tükrözések eltolás egyszerű esetekben.
<p>2. osztály</p> <ul style="list-style-type: none"> • Testek létrehozása megadott egyszerű feltételek szerint. Élek, csúcsok, lapok felismerése, számbavétele a kocka és a téglalatest esetében. • Síkidomok létrehozása megadott egyszerű feltétel szerint. Csoportosítás, válogatás tulajdonságok szerint. • Tapasztalatgyűjtés egyszerű alakzatokról, a megfigyelések megfogalmazása. • Sokszögek néhány tulajdonsága. 	<p>4. osztály</p> <ul style="list-style-type: none"> • Az alakzat egészének és részeinek érzékelése. • Síkidomok előállítására párhuzamos és merőleges vonal-párok segítségével. • Az egybevágóság fogalmának tapasztalati előkészítése. • A hasonlóság fogalmának tapasztalati előkészítése.

2. táblázat

4. Az egyes van Hiele-szintjek jellemzőit az 1-4. osztály tankönyveiben található feladatokkal összevetettük.

Vizsgáltuk a feladatokat abból a szempontból is, hogy megfogalmazási módjuk, megoldásuk a tanulóktól milyen szintű tudást vár el. Ez alapján minden feladathoz hozzárendeltük az 5 van Hiele-szint valamelyikét. Amennyiben egy feladat több szint követelményeinek is megfelelt, a szintek közül a legmagasabbat rendeltük hozzá. Az egyes fogalomkörökbe

tartozó feladatok szintjei közül a legmagasabbat a fogalomkör van Hiele-szintjének tekintettük.

Azt találtuk, hogy egy adott fogalom azonos szinten fordul elő a különböző tankönyvcsaládok könyveiben, másrészt azt, hogy ha egy tankönyvben egy fogalom valamely feladatban pl. a 2. szinten jelenik meg, érvényesül a szintek hierarchiája, azaz vannak a 0. és az 1. szintnek megfelelő feladatok ezt megelőzően.

A 3. táblázat mutatja, hogy 4. osztály végére a különböző fogalmak esetén eltérnek a feladatok megoldásához szükséges legmagasabb szintek.

Téglalap, négyzet	2. szint
Téglatest, kocka	2. szint
Hasonlóság, egybevágóság	2. szint
Sokszögek	1. szint
Poliéderek	1. szint
Tengelyes tükrözés	0. szint
Eltolás, forgatás	0. szint

3. táblázat

Jól látható, hogy a téglalap, négyzet ill. a téglatest, kocka esetén mindegyik 4. osztályos tankönyv elvárja a 2. szint elérését, csakúgy, mint a hasonlóság, egybevágóság esetében.

A 2. táblázat kiemelt sorai arra utalnak, hogy a tanterv egyik fogalom esetében sem kéri a 2. szint teljesítését az alsó tagozaton.

A transzformációk fogalmi szintje viszont végig a 0. szinten marad. Ez a tény különösen akkor érdekes, ha figyelembe vesszük, hogy pl. a tengelyes tükrözéssel a gyerekek minden évben, a többi geometriai fogalomhoz képest viszonyítva sokat foglalkoznak.

5. A van Hiele-elmélet nagy fontosságot tulajdonít a nyelv szerepének az egyes szintek közötti átmenet megkönnyítésében. A tankönyvi feladatok utasításainak ezért pontosan kell illeszkednie annak a szintnek a nyelvezetéhez, amely szinten a feladat áll. A vizsgált tankönyvek feladatai megfelelnek ennek a követelménynek.

6. Amennyiben a szintek közötti átmenet fázisai megjelennek a konkrét feladatokban, teljesül az elmélet azon törekvése, hogy a konkrét fogalmak elsajátítását az egyes szintek közötti átmenet elősegítésével támogathatjuk leginkább.

7. A tankönyvi feladatok kitűzése során lényeges szempont különösen a geometria tanításában, hogy azok ösztönözzék mind a tanárt, mind a tanulót a különböző oktatási segédeszközök használatára. A 0. és az

1. szint követelményeinek teljesítéséhez nélkülözhetetlen a tanulói tevékenykedtetés. Fontos, hogy vágásra, hajtogatásra, építésre, rajzolásra legyen lehetősége a tanulóknak. Sajnos az ilyen jellegű tevékenységekre nem utal kellő számú feladat, a három tankönyvsorozat közül kettő kifejezetten szegényes ebből a szempontból.

Az elemzés megállapítja, hogy a tanterv, ill. a tankönyvek feladatai nem lépik túl a 2. van Hiele-szint követelményeit. Az alsó tagozatos gyerekek életkori sajátosságait figyelembe véve még a 2. szint is sok esetben magasnak számít. A viszonylag kevés számú geometriafeladat magában hordozza annak veszélyét, hogy a szintek közötti átmenet nem megfelelően kidolgozott, esetenként túl gyors. Úgy gondolom, hogy az elmélet eredményeinek tudatosabb felhasználása eredményesebbé teheti az alsó tagozatos korosztály geometriaoktatását.

Irodalom

1. Burger, W. F. – Shaughnessy, J. M. (1986): Characterizing the van Hiele levels of development in geometry. *Journal for Research in Mathematics Education*, 17, 31-48.
2. Mayberry, J. (1983): The van Hiele levels of geometric thought in undergraduate preservice teachers. *Journal for Research in Mathematics Education*, 14, 58-69.
3. Török Tamás: Matematika I. – IV. tankönyvsorozat. Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest, 2002.
4. Hajdu Sándor (szerk.): Matematika 1.-4. tankönyvsorozat, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1998.
5. Esztergályos Jenő (szerk.): Első – negyedik matematikakönyvem, tankönyvsorozat, Apáczai Kiadó, Celldömölk, 2001.
6. Kerettanterv az alapfokú nevelés első szakaszára. Matematika 1-4. évfolyam, 2001.