

**1. Parametrizált görbék.**

Motiváció. Példák. Egyenes, kör, spirál, ciklois, hengeres csavarvonal, tratrix. Reguláris parametrizált görbe, sebességvektor, pályasebesség, természetes paraméterezés. A görbe ívhossza, ívhossz paraméterezés. Paramétertranszformáció, az ívhossz bevezetése paraméternek.

**2. Síkgörbék.**

Frenet-bázis. Síkgörbe görbülete, Frenet-formulák. A görbület kiszámítása. Példák. A görbület invarianciája paramétertranszformációval és izometriával szemben. A görbe hajlásszög függvénye. A síkgörbe meghatározása a görbületből. A görbeelmélet alaptétele a síkban. Körülfordulási-tétel. Négycsúcs-tétel.

**3. Térgörbék.**

Bireguláris térgörbék. A Frenet-bázis vektormezői, azok kiszámítása természetes, illetve tetszőleges paraméter esetén. A görbület és a torzió bevezetése és kiszámítása természetes, illetve tetszőleges paraméter esetén. Paramétertranszformációval és izometriával szembeni invariancia. A görbeelmélet alaptétele a térben.

**4. Felületek és felületi görbék.**

Felületek megadása: implicit és parametrizált felületek. Példák: sík, gömb, henger, kúp, tórusz, hengeres csavarfelület, pszeudoszféra. Érintővektor, érintősík. Felületi görbék. A felületi görbék geometriai mennyiségeinek meghatározása.

**5. Mérés a felületen.**

A felület első alapmennyiségei és alapformája. A felületi görbék ívhosszának illetve szögének kiszámítása az első alapmennyiségekkel. A felszín kiszámítása az első alapmennyiségekkel. Példák. Felületek közötti izometria és lokális izometria.

**6. Gauss-leképezés és a formaoperátor. A felület második alapmennyiségei.**

Gauss-leképezés és deriváltja. A formaoperátor. A formaoperátor mátrixa és szimmetriája. Weingarten egyenletek. Gauss-görbület, Minkowski-görbület. A felület második alapmennyiségei. Oszkuláló paraboloid, Dupin-indikátrix. A felület pontjainak osztályozása. Példák.

**7. A felületek görbültsége.**

Felületi görbék görbülete. Meusnier-tétel. A normálmetszet görbülete. Normálgörbület. Főgörbületek, főirányok. A főgörbületek és főirányok meghatározása. Rodrigues-tétel, Euler-tétel. A Gauss-görbület és a Minkowski-görbület kiszámítása. Példák.

**8. Kompatibilitási egyenletek.**

A Christoffel-féle szimbólumok. Gauss- és Weingarten egyenletek. Kompatibilitási egyenletek: Gauss-formulák és Mainardi-Codazzi-féle egyenletek. Theorema Egregium. A felületet meghatározó mennyiségek: formaprobléma. Bonnet-tétel.

**9. Párhuzamoság a felületen.**

Görbe menti felületi vektormezők párhuzamosossága. A kovariáns derivált. A párhuzamos eltolás és tulajdonságai. A geodetikus fogalma, jellemzése és differenciálegyenlete. Geodetikus és az ívhossz variáció kapcsolata. Példák.

**10. Geodetikusok.**

A geodetikus fogalma, jellemzése. A geodetikusok differenciálegyenlete. Geodetikus koordináta-rendszer. Geodetikus és az ívhossz variáció kapcsolata. Geodetikus görbület. Geodetikusok jellemzése a geodetikus görbület segítségével. Gauss – Bonnet-tétel. Geodetikus háromszögek szögösszege konstans görbületű felületeken.