

Gazdasági matematika

(TMBE0253/TTMBE0211, heti 2 óra előadás, 3 kredit)

KOLLOKVIUMI TÉTELEK

2019/2020-as tanév I. félév; előadó: Boros Zoltán

Az előadás időpontja: hétfő 16⁰⁰–17⁴⁰, helyszíne az M 316 tanterem.

A *-gal megjelölt tételek bizonyítása nem tananyag (így a vizsgán sem kérdezem).

A tételek leírása után a megfelelő 2019. évi előadás dátuma olvasható.

1. Kamatos kamat, jelen- és jövőérték (kamatperiódus, nominális kamatláb, reálkamatláb, folytonos kamatláb, log-kamatláb; tőke jövőértéke illetve jelenértéke; hitel törlesztőrészlet meghatározás). [szeptember 9., 16.]
2. Egyéni hasznossági függvény által generált fogyasztói preferencia. Invariancia a hasznossági függvény szigorúan növekvő transzformációira nézve. Standard illetve reguláris hasznossági függvények. Költségvetési korlát, egyéni haszn-optimalizálás. Az optimális fogyasztói kosáron áthaladó közömbösségi görbét érinti a költségvetési egyenes. [szeptember 16., 23.]
3. Összeg alakú hasznossági függvények regularitása. Az egyéni keresleti függvények; ár-rugalmasság, jövedelem-rugalmasság, helyettesítési rugalmasság. Mindezek meghatározása Cobb–Douglas típusú hasznossági függvények esetén. [szeptember 30.]
4. Az Arrow–Chenery–Minhas–Solow-féle CES típusú hasznossági függvények. A Cobb–Douglas függvények mint CES-függvények határérékei. Az egyéni keresleti függvények, valamint ezek jövedelem-rugalmasságának meghatározása CES típusú hasznossági függvények esetén. [október 7.]
5. Termelői piacok típusai. A Cournot-féle oligopólium játékelméleti modellje. A szimmetrikus egyensúly meghatározása és összevetése a monopóliummal valamint a versenypiacca. [október 14.]
6. A Bertrand-féle duopólium játékelméleti modellje. Az egyensúly meghatározása és összevetése a monopóliummal illetve a versenypiacca. [október 21.]
7. Egyéni és társadalmi preferenciák. Társadalmi jóléti függvény, Arrow lehetlenségi tétele. [november 4., 11.]
8. Termelési függvények elemzése, az egyes ráfordítások határhaszna. A Cobb–Douglas típusú és a CES típusú termelési függvényekkel leírt üzemek ráfordításainak határhaszna. [november 18.]

9. Üzemi és ágazati termelési függvények. A konzisztens aggregáció problémája. A problémát leíró biszimmetria-egyenlet megoldása*. Az aggregáció lehetősége CES típusú és Cobb–Douglas típusú üzemi termelési függvények esetén. [november 25., december 2.]
10. A Leontieff-féle lineáris gazdasági modell. [december 9.]

Ajánlott irodalom:

- [SH] Knut Sydsaeter, Peter I. Hammond: *Matematika közgazdászoknak*, Aula Kiadó, 2006.
- [SHSS] Knut Sydsaeter, Peter I. Hammond, Atle Seierstad, Arne Strom: *Further Mathematics for Economic Analysis*, Prentice Hall, 2008.
- [Za] Zalai Ernő: *Matematikai közgazdaságtan*, KJK-KERSZÖV Kiadó, 2000.

Vizsgajegy megszerzésének lehetőségei

I. Szóbeli vizsga tehető a fenti tételsor szerint.

A szóbeli vizsga anyaga az előadáson elmondott és felírt (a hallgatók által jegyzetelendő) ismeretanyag. A fent felsorolt (részben angol nyelvű) szakirodalom tanulmányozása nem szükséges a vizsgához, de a téma iránt érdeklődőknek (illetve az előadás kiegészítéseként) ajánlott.

II. Beszámolón bemutatott (az előadáson megfogalmazott) *elméleti* (illetve a TMBE0253 kurzust teljesítők esetében *elméleti vagy gyakorlati*) *feladatok megoldásai alapján a vizsgajegy megajánlható* (pl. egy elméleti példa konstruálása és egy összetettebb feladat megoldása vagy egy segédállítás igazolása és néhány könnyebb feladat kidolgozása esetén). Beszámoló csak a szorgalmi időszakban írásban beadott feladat-megoldások alapján tartható.

Egy-két kevésbé nehéz feladat beadása és abból tett sikeres beszámoló esetén (ami a jegy-megajánláshoz esetleg nem elegendő) egyéni vizsgatétel-kedvezmény lehetséges.

Tervezett vizsgaalkalmak

2019. december 19. (csütörtök)

2014. december 30. (hétfő)

2020. január 7. (kedd)

2020. január 14. (kedd)

2020. január 21. (kedd)

E-mail: zboros@science.unideb.hu

Gazdasági matematika

(TTMBG0211, heti 2 óra gyakorlat, 2 kredit)

GYAKORLATOK TEMATIKÁJA

2019/2020-as tanév I. félév; *gyakorlatvezető*: Boros Zoltán

A *gyakorlat* időpontja: péntek 12⁰⁰–13⁴⁰, helyszíne a B 104 tanterem.

A gyakorlatok dátuma (2019-ben) és tervezett tematikája:

szeptember 13.: Kamatos kamat, jelenérték-számítás, hitel törlesztőrészlet.

szeptember 20.: Kétváltozós hasznossági függvények közömbösségi görbéi.

szeptember 27.: Nevezetes (Cobb–Douglas illetve CES típusú) kétváltozós hasznossági függvények ekvivalens transzformációi, összehasonlítása, regularitása. A költségvetési egyenes. A fogyasztói optimum meghatározása.

október 4.: *Elmarad* (a 70 éves TTK ünneplése idejére a dékán által elrendelt oktatási szünet miatt).

október 11.: Konkrét hasznossági függvény regulás transzformáltja, a megfelelő fogyasztói keresleti függvények meghatározása, elemzése.

október 18.: Cournot-féle duopólium(ok) elemzése játékelméleti megközelítéssel. Összevetés a monopóliummal és a versenypiacca.

október 25.: Bertrand-féle duopólium(ok) elemzése játékelméleti megközelítéssel. Összevetés a monopóliummal és a versenypiacca.

november 8.: Konkrét protokollokkal meghatározott társadalmi jóléti függvények modellezése, az Arrow-féle elvárások tesztelése.

november 15.: Adott termelési függvényekkel jellemzett üzemek (vagy ágazatok) ráfordításainak határhaszna. *Isméltés:* a zárthelyi dolgozat témaköreinek áttekintése.

november 22.: *Zárthelyi dolgozat.*

november 29.: Valószínűleg *elmarad* (a kari TDK miatt).

december 6.: Konkrét (illetve adott típusú) termelési függvények aggregálhatóságának vizsgálata (Maksa Gyula tételének alkalmazása).

december 13.: *Beszámoló* korábban beadott elméleti vagy gyakorlati feladatok megoldásaiból.

A gyakorlati jegy megállapítása:

Az előadásokon és a gyakorlatokon házi feladatként megfogalmazott (gyakorlati) feladatok valamint az aktuális gyakorlatokon kitűzött feladatok gyakorlaton történő bemutatásával szorgalmi pontok szerezhetők. Ezek hozzáadódnak a félév végén megírható (max. 30 pontos) dolgozat pontszámához. A pontszám érdemjegyre váltása a következő oldalon található mintadolgozatban közölt táblázat szerint történik.

A dolgozat a gyakorlatok tananyagára épül. A gyakorlatokon áttekintett feladattípusok akkor is szerepelhetnek a dolgozatban, ha a mintadolgozatban nem jelennek meg.

Szorgalmi gyakorlati feladatok:

1. Egy áruházban a 150 000 forintért elvihető televízió készülék részletre is megvásárolható a következőképpen: a vevő a szerződéskötést követően hazaviheti az árut, majd egy hónap elteltével elkezd törleszteni 6 hónapon keresztül havi 30 000 forint befizetésével. Határozzuk meg az ajánlat teljes hiteldíj-mutatóját (azt a nominális éves kamatlábat, amivel kalkulálva a vásárló 6 részletben pontosan visszafizeti az áruhitel összegét) egész %-ra kerekítve!
Útmutatás: Vezessünk le egy egyenletet az ismeretlen kamatlábra, majd valamilyen numerikus eljárással (pl. intervallum-felezéssel) határozzuk meg a megoldás előírt pontosságú közelítését!
2. Egy bizonyos fogyasztó preferenciáit két adott jószágból álló jószágkosarak tekintetében az $u(x_1, x_2) = 2x_2e^{\sqrt{x_1}}$ ($(x_1, x_2) \in \mathbb{R}_+^2$) hasznossági függvénnyel írhatjuk le.
 - (a) Mutassuk meg, hogy u nem reguláris hasznossági függvény!
 - (b) Adjunk meg olyan, u -val ekvivalens w hasznossági függvényt, ami előáll egyváltozós függvények összegeként! Igazoljuk, hogy w reguláris hasznossági függvény! Ezáltal ellenőrizzük, hogy u standard hasznossági függvény!
 - (c) Adjuk meg az u -hoz (illetve w -hez) tartozó közömbösségi görbéket és végezzük el ezen görbék — mint egyváltozós függvények — vizsgálatát (értelmezési tartomány, értékkészlet, monotonitás, konvexitás)!
 - (d) Határozzuk meg az optimális fogyasztói kosarat tetszőleges költségvetési feltétel mellett! Írjuk fel az adott fogyasztó így nyert keresleti függvényeit és igazoljuk, hogy a második jószág ára nem befolyásolja a fogyasztó keresletét az első jószág iránt!

Gazdasági matematika – zárthelyi szemináriumi *mintadolgozat*

Időpont: 2019. november 22. péntek 12:00

Terem: B 104

NÉV:

Az alábbi feladatok összpontszáma 30, megoldási idő 90 perc.

Tankönyv, jegyzet nem használható.

Értékelés (a gyakorlati jegy megállapítása a dolgozat-pontszám és a szorgalmi pontok összegéből):

0 — 14	pont ...	1
15 — 18	pont ...	2
19 — 22	pont ...	3
23 — 26	pont ...	4
27 — 30 ₍₊₎	pont ...	5

FELADATOK

1. Mr. Taylor a XIX. század közepén Londonban egy közkedvelt varroda tulajdonosa. Vállalkozása indulásakor úgy szerzett tőkét, hogy ismerőseitől kért kölcsön. Minden kölcsön-ügyletről egy-egy váltót állított ki, amelyben vállalta, hogy egy meghatározott későbbi időpontban a váltón feltüntetett összeget fizeti ki a váltó bemutatójának. Ezek a váltók forgalmazható értékpapírok. Mr. Simpson 1849. december 1-én szeretne eladni Mr. Adamsnek három ilyen, birtokában lévő váltót, amelyek rendre a következő kifizetést garantálják:

- 300 font esedékes 1852. december 1-én;
- 450 font esedékes 1853. december 1-én;
- 500 font esedékes 1855. december 1-én.

Határozzuk meg a 3 váltó együttes értékét az eladás időpontjában, ha ekkoriban a Royal Bank stabilan évi 4 % kamatot fizet a betéteseinek! (2 pont)

2. Kanalas Alajos egy áruházban a 175 000 forintért elvihető mosogatógépet részletre vásárolta meg a következőképpen: a szerződéskötést követően hazavitte az árut, majd egy hónap elteltével elkezdte törleszteni 6 hónapon keresztül havi 30 000 forint befizetésével. A bank 12 %-os hitelkamatláb mellett 6 hónap elteltével kiértesíti Kanalas urat a még fennálló tartozásáról és

egyidejűleg be is szedi azt a folyószámlájáról. Adjuk meg a végelszámoláskor beszédendő összeget (egész Ft-ra kerekítve)! (5 pont)

3. Egy bizonyos fogyasztó preferenciáit két adott jószágból álló jószágkosarak tekintetében az

$$u(x_1, x_2) = x_1^{2/3} + 6 \ln(x_2) \quad ((x_1, x_2) \in \mathbb{R}_+^2)$$

hasznossági függvénnyel írhatjuk le.

(a) Igazoljuk, hogy u reguláris hasznossági függvény!

(b) Adjuk meg az u -hoz tartozó közömbösségi görbéket és végezzük el ezen görbék — mint egyváltozós függvények — vizsgálatát (értelmezési tartomány, értékkészlet, monotonitás, konvexitás)!

(c) Adjuk meg az optimális fogyasztói kosarat abban az esetben, ha az első jószág ára 2 EUR, a második jószág ára 3 EUR, a fogyasztó költségvetési kerete pedig 20 EUR! (4 + 6 + 5 = 15 pont)

4. A gumimacik szigetén két gazdasszony, Amanda és Barbara tud gumibogyószörpöt készíteni (egyenként 0 és 20 liter közötti mennyiségben). Ha ketten összesen y liter szörpöt visznek ki vasárnap a piacra, a gumimacik literenként

$$p(y) = 120 - 3y \quad (y \in [0, 40])$$

tallért fizetnek érte. A szörp elkészítéséhez literenként 12 tallérért vásárolnak gumibogyót a termelőktől (ez tekintendő a költségüknek).

(a) Írjuk fel ennek a Cournot-duopóliumnak a játékelméleti modelljét a szörpöt készítő gazdasszonyok mint játékosok szempontjából (stratégia a piacra készítendő szörp mennyisége, kifizetés a haszon)!

(b) Adjuk meg a játékosok legjobb-válasz leképezéseit és határozzuk meg az egyensúlyi stratégia-párokat! Összesen mennyi szörp kerül ekkor piacra és milyen áron?

(c) Ezen a héten Barbara náthás és nem tud szörpöt főzni. Mennyi szörpöt készítsen a monopol helyzetbe került Amanda a piacra, ha maximalizálni szeretné a hasznát? Ekkor mennyi szörp kerül a piacra és milyen áron? (2 + 4 + 2 = 8 pont)