

Kalkulus 1 (Informatika BSc: PTI, MI) tantárgyi tájékoztató

Tárgykód(ok): INDK111-K5, INBK111 Félév: 2018/2019-I. Előadó: Boros Zoltán
Óraszám: 2 + 2 (előadás + tantermi gyakorlat) Kredit: 5 (kötelező) Előfeltétele: —

Az előadások részletes tematikája:

Az előadás dátuma (2018) időpont: hétfő 12.00 – 13.40, helyszín: IK-TEOKJ II. em. 106/B	Az előadás tartalmi vázlata
szeptember 10.	Halmaz-műveletek és azonosságai. Reláció, függvény fogalma. Értelmezési tartomány, értékkészlet. Kompozíció.
szeptember 17.	Ekvivalencia- illetve (parciális) rendezési reláció fogalma, példák. Alulról/felülről korlátos halmaz, pontos alsó/felső korlát.
szeptember 24.	Művelet fogalma. A valós számok axióma-rendszere. Abszolút érték, intervallumok.
október 1.	Természetes, egész és racionális számok. Teljes indukció. Komplex számok. Számosság.
október 8.	Valós számsorozatok. Konvergencia, korlátosság, monotonitás. Műveleti szabályok. Rendezés, rendőr-tétel. Nevezetes sorozatok.
október 15.	Cauchy-sorozatok. Sorozatok torlódási pontjai. Valós számsorok.
<i>október 22.</i>	<i>Szabadnap (munkanap-áthelyezés miatt).</i>
<i>október 29.</i>	<i>Őszi szünet (Szakmai Napok: október 29 – november 2.).</i>
november 5.	Topológiai fogalmak. Valós függvények folytonossága.
november 12.	Függvények határértéke. Határérték és folytonosság. Monoton függvények.
november 19.	Függvénysorozatok, függvénysorok, hatványsorok. Elemi függvények.
november 26.	Valós függvények differenciálhatósága. Példák, műveleti szabályok.
december 3.	Középérték-tételek, differenciálható függvények monotonitása. A lokális szélsőérték szükséges feltétele. L'Hospital-szabály.
december 10.	Magasabb rendű deriváltak. Konvexitás, inflexiós pontok. Függvény-vizsgálat. Taylor-tétel. A lokális szélsőérték elegendő feltétele.

A gyakorlat órarendi időpontja:

A gyakorlatvezető neve:	Nap	Óra	Tanterem
Lucskai Gábor	kedd	12–14	IK-TEOKJ II. em. 106/B

A táblázatban feltüntetett kétórás intervallum tartalmazza a 2-szer 50 perces gyakorlati óra és a 2-szer 10 perces szünet időtartamát. A gyakorlatvezető határozza meg (a gyakorlatra járó hallgatókkal szóban egyeztetve) a tényleges időbeosztást (például lehet — az előadás mintájára — szünet nélkül 100 perces gyakorlatot is tartani).

A gyakorlatok tematikája az előadást követi, de attól ütemezésében a gyakorlatvezető belátása szerint eltérhet. Célszerű a mellékletben közzétett gyakorló feladatsorok használata otthoni felkészülésre és ugyanezen feladatsor feladatainak (vagy az ajánlott példatárakban található további hasonló feladatok) megoldása a gyakorlatokon.

Alapvető feladat-típusok:

- *halmaz-műveletek azonosságainak igazolása;*
- műveletek konkrét halmazokkal;
- valós számhalmaz pontos alsó/felső korlátjának meghatározása;
- konkrét halmaz konkrét függvény általi képe, ösképe;
- természetes számokra vonatkozó állítások (pl. azonosságok, egyenlőtlenségek) igazolása teljes indukcióval;
- *halmaz belső (illetve határ-, torlódási) pontjainak meghatározása;*
- sorozatok konvergenciájának vizsgálata, a határérték meghatározása;
- sorok konvergenciájának vizsgálata; mértani (és egyéb speciális) sorok (illetve ilyenek lineáris kombinációi) összegének meghatározása;
- függvények határértékének meghatározása algebrai átalakítások segítségével;
- *hatványsorok konvergencia-sugarának meghatározása; hatványsorok (és ezekre visszavezethető függvénysorok) konvergencia-tartománya;*
- elemi függvények deriválása; szorzatok magasabb rendű deriváltjai;
- függvényvizsgálat (értelmezési tartomány, „paritás”, periódus, zérushelyek, folytonosság, szakadási helyek, határértékek az értelmezési tartomány határpontjaiban illetve +/- végtelenben, differenciálhatóság, első és második derivált, monoton szakaszok, [lokális] szélsőérték-helyek, konvex/konkáv szakaszok, inflexiós helyek, aszimptóták, vázlatos ábra, értékkészlet).

A dőlt betűvel szedett feladatok csak a vizsgadolgozatban fordulhatnak elő, az elméleti kérdésekkel társítva, azok közvetlen alkalmazásaként.

A gyakorlat számonkérése és teljesítése:

A gyakorlat teljesítését a gyakorlatvezető aláírással igazolja. **A gyakorlati aláírás feltétele a gyakorlatokon való részvétel és a gyakorlati számonkérés során elért legalább 50 %-os eredmény.** A szorgalmi időszakban két zárthelyi gyakorlati dolgozatot kell írni. A felkészülést a gyakorló feladatsorok mellett a két mellékelt gyakorlati mintadolgozat is elősegíti. A dolgozatok feladatainak helyes megoldásával dolgozatonként maximum 30 pont, a gyakorlat során tehát összesen maximum **60** pont szerezhető. A gyakorlatokon aktív hallgatók szorgalmi pontokat szerezhetnek; egy-egy zárthelyi dolgozat előtt legfeljebb 10 pontot. Az így kapott szorgalmi pontszám hozzáadódik a soron következő dolgozatban elért pontszámhoz (de abban az esetben, ha ez az összeg meghaladná a 30 pontot, csak 30 pont vehető figyelembe az összeg helyett; tehát a szorgalmi pontok figyelembe vételével is összesen legfeljebb 60 gyakorlati pont szerezhető). Ha a hallgató összesített gyakorlati pontszáma (a továbbiakban: GyP) eléri vagy meghaladja a **30** pontot, a gyakorlatvezető aláírja a gyakorlat teljesítését. Egyéni tanrend engedélyezése esetén a hallgató nem köteles gyakorlatra járni, de a dolgozatok megírása (az eredeti vagy a pótlásra kijelölt időpontban) és legalább 30 gyakorlati pont elérése ilyen esetben is kötelező.

Dolgozatok ütemezése:

- **október 16.** (kedd) 12:00–13:30, IK-TEOKJ II. em. 106/B: *1. gyakorlati dolgozat* a gyakorlat keretében (a gyakorlat helyén és időpontjában).
- **december 11.** (kedd) 12:00–13:30, IK-TEOKJ II. em. 106/B: *2. gyakorlati dolgozat* a gyakorlat keretében (a gyakorlat helyén és időpontjában).
- december 17. (hétfő) 8:00–10:00 (–12:00), (később bejelentendő helyen): javító ill. pót-dolgozat (az 1. vagy 2. dolgozat — esetleg egymás után mindkettő — újraírható).

Amennyiben egy hallgató javító dolgozatot ad be, a dolgozat eredeti pontszáma törlődik, és helyette a javító dolgozat pontszáma veendő figyelembe (akkor is, ha az kisebb).

A gyakorlati pontszám teljes mértékben beszámításra kerül a kurzuson szerzett vizsgajegy megállapításakor.

A vizsga lebonyolítása és értékelése:

A szorgalmi időszakban gyakorlati aláírást szerző hallgatók az általuk — az előadó által meghirdetett időpontok közül — választott vizsganapon írásbeli vizsgát tehetnek. Aki 2018. december 17-én teszi le a vizsgáját, azt úgy kell tekinteni, hogy nem kíván élni a december 17-i gyakorlati dolgozat újrairás lehetőségével.

A vizsga sikeres teljesítéséhez szükséges a beugró részben a maximális 10 pontból legalább 6 pont megszerzése. A vizsgadolgozatban — túlnyomórészt elméleti kérdésekből, kis mértékben pedig azokhoz kapcsolódó konkrét példákra vonatkozó feladatok megoldásával — összesen 40 pont szerezhető (illetve bizonyítások leírásáért ehhez többletpontok is adhatók). Amennyiben a vizsgázó sikeresen teljesíti a beugró részt, a féléves összteljesítményét a gyakorlatokon szerzett (max. 60) pontszámának és a vizsgadolgozat (max. 40 + többlet) pontszámának összege határozza meg az alábbi táblázatok alapján:

Megnevezés (leírás)	Szerezhető pontszám
Beugró (alapvető definíciók illetve alaptételek) (BP).	min. 6 (!), max. 10
További elméleti kérdések (definíciók, tételek); példák (TEK). A tételek bizonyítása nem elvárás, de egyes tételek bizonyításának a leírásával további többletpontok szerezhetők.	max. 30 (+ bizonyításokért többletpontok)
Vizsgadolgozat összpontszáma (VDP = BP + TEK)	max. 40 (+ bizonyításokért többletpontok)
+ Gyakorlati eredményért kapott pontszám beszámítása (GyP)	max. +60
Összesített vizsga-pontszám (ÖVP = GyP + VDP)	max. 100 (+ biz.)

Az így kialakított összesített vizsga-pontszám alapján a következő táblázat szerint kerül beírásra a vizsgajegy (az egy sorba írt feltételek között „és” kapcsolat értendő):

Beugró pontszám (BP):	Összesített vizsga pontszám (ÖVP):	Vizsgajegy
$BP < 6$	—	elégtelen (1)
$6 \leq BP$	$36 \leq \text{ÖVP} \leq 44$	elégtelen (1)
$6 \leq BP$	$45 \leq \text{ÖVP} \leq 54$	elégséges (2)
$6 \leq BP$	$55 \leq \text{ÖVP} \leq 69$	közepes (3)
$6 \leq BP$	$70 \leq \text{ÖVP} \leq 84$	jó (4)
$6 \leq BP$	$85 \leq \text{ÖVP} \leq 100$ (+ többlet)	jeles (5)

A vizsga rendjére vonatkozóan a Tanulmányi és Vizsgaszabályzat rendelkezései az irányadóak. A hallgatók csak fényképes igazolvánnyal vehetnek részt a vizsgán. A vizsga során tankönyv, jegyzet, telekommunikációs eszköz vagy adatolvasásra alkalmas berendezés nem használható.

A hallgató saját vizsgadolgozatának értékelését a vizsganapot követő munkanapon 18:00-tól 19:30 óráig megtekintheti a Matematikai Épület M 326 irodájában. Értékelés után a vizsgadolgozatok pontszámai és az érdemjegyek rögzítésre kerülnek a Tanulmányi Rendszerben.

A vizsgadolgozat beugró kérdései

Alapvető definíciók: halmaz-műveletek (unió, metszet, különbség); rendezési reláció; felülről (alulról) korlátos halmaz; pontos felső (alsó) korlát; teljes rendezett halmaz; függvény; a valós számok axióma-rendszere; abszolút érték; pozitív valós szám (pozitív) egész kitevős és racionális kitevős hatványai; valós szám nyílt gömbkörnyezete(i); halmaz belső pontja, határpontja, torlódási pontja; nyílt halmaz, zárt halmaz; sorozat monotonitása, konvergenciája; sor részlet-összegei, konvergenciája; függvény korlátossága, abszolút és helyi maximuma (minimuma); (szigorúan) monoton növekvő (csökkenő) függvény; függvény (pontbeli) folytonossága; függvény határértéke; nevezetes elemi függvények (\exp , \cos , \sin , ch , sh definíciója hatványsor összegeként, a természetes alapú logaritmus); valós függvények differenciálhatósága, differenciálhányadosa (deriváltja); további elemi függvények (\exp_a , \log_a , tg , ctg , arcsin , arctg , th , arsh , arth); magasabb rendű deriváltak.

Alaptételek: : az abszolút érték alapvető tulajdonságai; sorozatok és műveletek; rendőrtétel; a sor konvergenciájának szükséges feltétele; az \exp , ch , sh , \cos és \sin függvények tulajdonságai (addíciós tételek, azonosságok, nevezetes határértékek, monoton szakaszok); a differenciálszámítás műveleti szabályai; az összetett függvény differenciálhatósága, deriváltja; a lokális minimum (maximum) szükséges feltétele; a monotonitás (szükséges és) elegendő feltétele(i) differenciálható függvényekre.

A vizsgadolgozatban feltehető további elméleti kérdések (az előbbieket, valamint)

Definíciók: halmaz komplementere; két halmaz Descartes-szorzata; reláció; függvény (vagy reláció) értelmezési tartománya, értékkészlete, inverze; halmaz reláció általi képe (vagy halmaz függvény általi képe, ösképe); invertálható függvény; természetes, egész és racionális számok; megszámlálható számosságú halmaz; nyílt, zárt, félig nyílt (zárt) intervallumok; kompakt halmaz; sorozat fogalma, korlátossága; Cauchy-sorozat; abszolút (illetve feltételesen) konvergens sor; függvény egyoldali folytonossága, egyoldali határértéke; egyenletes folytonosság; a végtelen, mint határérték; szakadási helyek típusai; függvénytípusok és függvények pontonkénti illetve egyenletes konvergenciája; hatványsor fogalma, konvergencia-sugara; páros, páratlan, periodikus függvény; konvex (konkáv) függvény; inflexiós hely.

Tételek: de Morgan azonosságok; Archimedesi tulajdonság; Cantor-féle metszet-tétel; n -edik gyök létezése; Bolzano–Weierstrass-tétel; Heine–Borel-tétel; korlátos monoton sorozat konvergenciája; sorozatok és rendezés; Cauchy-féle konvergencia-kritérium; nevezetes sorozatok; abszolút konvergens sor konvergenciája; két sor összege; konvergencia-kritériumok sorokra; átviteli elv (függvény folytonosságára, határértékére); folytonosság (illetve határérték) és műveletek, az összetett függvény folytonossága; kompakt halmazon folytonos függvény tulajdonságai; a határérték és a folytonosság kapcsolata; monoton függvények tulajdonságai (invertálhatóság és az inverz-függvény monotonitása, folytonossága, egyoldali határértékek, szakadási helyek számossága); Weierstrass elegendő feltétele függvények egyenletes konvergenciájára; az összegfüggvény folytonossága; Cauchy–Hadamard-tétel;

differentiálhatóság és folytonosság kapcsolata; az inverz függvény differenciálhatósága, deriváltja; hatványsorok differenciálhatósága; deriválási szabályok magasabb rendű deriváltakra, Leibniz-szabály; középérték-tételek (Cauchy-, Lagrange-, Rolle-); Taylor tétele; a szélsőérték elegendő feltétele; a konvexitás (konkavitás) elegendő feltétele (kétszer) differenciálható függvényekre; L'Hospital-szabály.

A felkészüléshez ajánlott irodalom

- Bárczy Barnabás: *Differenciálszámítás* — Példatár, Műszaki Könyvkiadó, 1968 (7. kiadás: 1994).
- Gselmann Eszter: *Kalkulus I.* (előadást követő jegyzet), DE TTK Matematikai Intézet, Debrecen, 2011.
- Gselmann Eszter: *Kalkulus I. példatár*, DE TTK Matematikai Intézet, Debrecen, 2011.
- B. P. Gyemidovics: *Matematikai analízis feladatgyűjtemény*, Tankönyvkiadó, 1974.
- Lajkó Károly: *Kalkulus I.* (egyetemi jegyzet), mobiDIÁK könyvtár, DE Matematikai és Informatikai Intézet, Debrecen, 2003.
- Lajkó Károly: *Kalkulus I. példatár*, mobiDIÁK könyvtár, DE Matematikai és Informatikai Intézet, Debrecen, 2003.
- Rimán János: *Matematikai analízis I.*, EKTF, Líceum Kiadó, Eger, 1998.
- Rimán János: *Matematikai analízis feladatgyűjtemény I.-II.*, EKTF, Líceum Kiadó, Eger, 1998.
- W. Rudin: *A matematikai analízis alapjai*, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1978.

Az előadáson **Dr. Novák-Gselmann Eszter: *Kalkulus I.*** jegyzetét követjük, amely letölthető a http://math.unideb.hu/media/gselmann-eszter//Kalkulus_eloadas_jegyzet.pdf internet címről. Dr. Lajkó Károly jegyzete és példatára jelenleg a

<http://mat.unideb.hu/boros-zoltan/oktatas.html>

web-oldalról tölthető le (pdf formátumban). A példatárban a gyakorló feladatsorok előtt számos kidolgozott megoldás is található.

Elérhetőségek

Az előadó *e-mail címe:* zboros@science.unideb.hu
— *honlapja:* <http://math.unideb.hu/boros-zoltan/oktatas.html>
— *irodája:* Matematikai Épület M 326
— *fogadóórái:* kedd 17–18, szerda 15–16

A tájékoztató mellékletei

- 3 gyakorló feladatsor: Kalk1-p1a.pdf, Kalk1-p2a.pdf, Kalk1-p3a.pdf;
- 2 gyakorlati dolgozat minta: Kalk1zh1m.pdf, Kalk1zh2m.pdf;
- 1 vizsgadolgozat minta: Kalk1-vd-m.pdf.

Debrecen, 2018. szeptember 10.

Boros Zoltán