

Kalkulus 1 (Informatika BSc – PTI) vizsgakurzus tantárgyi tájékoztató

Kurzuskód: INBK111V, INDK111V Félév: 2018/2019-I. Előadó: Boros Zoltán

Óraszám: — Kredit: 5 (kötelező)

Előfeltétele: Kalkulus 1 (INBK111G vagy INDK111G) gyakorlati aláírás megszerzése

A vizsga lebonyolítása és értékelése:

A kurzus hallgatói az általuk — az előadó által meghirdetett időpontok közül — választott vizsganapon írásbeli vizsgát tehetnek.

A vizsga rendjére vonatkozóan a Tanulmányi és Vizsgaszabályzat rendelkezései az irányadóak. A hallgatók csak fényképes igazolvánnyal vehetnek részt a vizsgán. A vizsga során tankönyv, jegyzet, telekommunikációs eszköz vagy adatolvasásra alkalmas berendezés nem használható. Számolásokhoz számológép igénybe vehető, bár általában nem szükséges; telefon vagy számítógép viszont számológép üzemmódban sem használható, mivel egyáltalán nem vehető elő bekapcsolt állapotban. Amennyiben megállapítást nyer, hogy a vizsgázó meg nem engedett segítséget (szomszéd dolgozatát, tiltott eszközt stb.) vett igénybe, ellene fegyelmi eljárás kezdeményezhető; az eljárás befejezéséig vizsgáit a kar felfüggeszti.

A vizsga végén a vizsgáztató átveszi a hallgatóktól a megírt dolgozatokat. A dolgozatok kiértékelésére nem a vizsga helyén kerül sor, így azt a hallgatóknak nem kell a helyszínen megvárniuk (a vizsgázó hallgató a vizsgára szánt idő letelte előtt — de legalább félórával a dolgozatírás kezdete után — befejezheti a dolgozat-írást és dolgozata leadásával távozhat a vizsgáról). Vizsga közben a termet nem szabad elhagyni (tehát a vizsgázó távozása esetén a vizsgáját befejezettek kell tekinteni).

A hallgató saját vizsgadolgozatának értékelését a vizsganapot követő munkanapon 18:00-tól 19:30 óráig megtekintheti a Matematikai Épület M 326 irodájában. Értékelés után a vizsgadolgozatok pontszámai és az érdemjegyek rögzítésre kerülnek a Tanulmányi Rendszerben.

A mellékelt mintához hasonló vizsgadolgozatban a vizsgázó legfeljebb 50 pontot szerezhethet (de a bizonyításokért kapott többletpontokkal az összeg 50 pontnál több is lehet). A dolgozat részei:

Megnevezés (leírás)	Szerezhető pontszám
Beugró (alapvető definíciók, alaptételek illetve alapeladatok).	min. 6 (!), max. 10 (+ bizonyítások)
További elméleti kérdések (definíciók, tételek, formulák). A tételek bizonyítása nem elvárás, de egyes tételek bizonyításának a leírásával további többletpontok szerezhetők.	max. 15 (+ bizonyításokért többletpontok)
Feladatok (a felsorolt típusokból)	max. 25
Összesített vizsga-pontszám	max. 50 (+ biz.)

Az így kialakított összesített vizsga pontszám alapján a következő táblázat szerint kerül beírásra a vizsgajegy (az egy sorba írt feltételek között „és” kapcsolat értendő):

Beugró pontszám (BP):	Összesített vizsga pontszám (ÖVP):	Vizsgajegy
$BP \leq 5$	—	elégtelen (1)
$6 \leq BP$	$6 \leq \text{ÖVP} \leq 24$	elégtelen (1)
$6 \leq BP$	$25 \leq \text{ÖVP} \leq 30$	elégséges (2)
$6 \leq BP$	$31 \leq \text{ÖVP} \leq 37$	közepes (3)
$6 \leq BP$	$38 \leq \text{ÖVP} \leq 44$	jó (4)
$6 \leq BP$	$45 \leq \text{ÖVP} \leq 50$ (+ többlet)	jeles (5)

A beugró kérdésekre adott válaszokat külön lapra kell írni. A dolgozat beadásakor első lapként a feladatsort, második lapként a beugró kérdésekre írt válaszoknak szánt lapot (vagy lapokat), ezt követően a többi feladat megoldásait tartalmazó lapokat kell beadni. Amennyiben a beugró kérdések kapott pontszámok összege 6-nál kevesebb, a dolgozat összesített pontszáma nem kerül meghatározásra. A dolgozat megtekintésekor a hallgató természetesen az esetleg sikertelen beugró rész miatt nem értékelt feladatmegoldásaival kapcsolatban is tehet fel kérdéseket önellenőrzés céljából.

A vizsgadolgozat beugró kérdései

Alapvető definíciók: halmaz-műveletek (unió, metszet, különbség); rendezési reláció; felülről (alulról) korlátos halmaz; pontos felső (alsó) korlát; teljes rendezett halmaz; függvény; a valós számok axióma-rendszere; abszolút érték; valós számok távolsága; valós szám nyílt gömbkörnyezete(i); pozitív valós szám pozitív egész kitevős, egész kitevős és racionális kitevős hatványai; halmaz belső pontja, határpontja, torlódási pontja; nyílt halmaz, zárt halmaz; sorozat monotonitása, konvergenciája; sor részlet-összegei, konvergenciája; függvény korlátossága, abszolút és helyi maximuma (minimuma); (szigorúan) monoton növekvő (csökkenő) függvény; függvény (pontbeli) folytonossága; függvény határértéke; nevezetes elemi függvények (\exp , \cos , \sin , ch , sh definíciója hatványsor összegeként, a természetes alapú logaritmus); valós függvények differenciálhatósága, differenciálhányadosa (deriváltja); további elemi függvények (\exp_a , \log_a , tg , ctg , arcsin , arctg , th , arsh , arth); magasabb rendű deriváltak.

Alaptételek: az abszolút érték alapvető tulajdonságai; sorozatok és műveletek; rendőrtétel; a sor konvergenciájának szükséges feltétele; az \exp , ch , sh , \cos és \sin függvények tulajdonságai (addíciós tételek, azonosságok, nevezetes határértékek, monoton szakaszok); a differenciálszámítás műveleti szabályai; az összetett függvény differenciálhatósága, deriváltja; a lokális minimum (maximum) szükséges feltétele; a monotonitás (szükséges és) elegendő feltétele(i) differenciálható függvényekre.

Alapfeladatok: az $1/n$ sorozat és a mértani sorozat határértéke, a sorozatok határértékére vonatkozó műveleti szabályok egyszerűbb alkalmazásai; elemi függvények deriváltjai, a differenciálszámítás műveleti szabályainak egyszerűbb alkalmazásai.

A vizsgadolgozatban feltehető további elméleti kérdések (az előbbieket, valamint)

Definíciók: halmaz komplementere; két halmaz Descartes-szorzata; reláció; függvény (vagy reláció) értelmezési tartománya, értékkészlete, inverze; halmaz reláció általi képe (vagy halmaz függvény általi képe, ösképe); invertálható függvény; természetes, egész és racionális számok; megszámlálható számosságú halmaz; nyílt, zárt, félig nyílt (zárt) intervallumok; kompakt halmaz; sorozat fogalma, korlátossága; Cauchy-sorozat; abszolút (illetve feltételesen) konvergens sor; függvény egyoldali folytonossága, egyoldali határértéke; egyenletes folytonosság; a végtelen, mint határérték; szakadási helyek típusai; függvénysorozat és függvénysor pontonkénti illetve egyenletes konvergenciája; hatványsor fogalma, konvergencia-sugara; páros, páratlan, periodikus függvény; konvex (konkáv) függvény; inflexió hely.

Tételek: de Morgan azonosságok; a távolság (metrika) alapvető tulajdonságai; Archimedesi tulajdonság; Cantor-féle metszet-tétel; n -edik gyök létezése; Bolzano–Weierstrass-tétel; Heine–Borel-tétel; korlátos monoton sorozat konvergenciája; sorozatok és rendezés; Cauchy-féle konvergencia-kritérium; nevezetes sorozatok; abszolút konvergens sor konvergenciája; két sor összege; konvergencia-kritériumok sorokra; tizedes törtbe fejtés; átviteli elv (függvény folytonosságára, határértékére); folytonosság (illetve határérték) és műveletek, az összetett függvény folytonossága; kompakt halmazon folytonos függvény tulajdonságai; a határérték és a folytonosság kapcsolata; monoton függvények tulajdonságai (invertálhatóság és az inverz-függvény monotonitása, folytonossága, egyoldali határértékek, szakadási helyek számossága); Weierstrass elegendő feltétele függvénysorok egyenletes konvergenciájára; az összegfüggvény folytonossága; Cauchy–Hadamard-tétel; differenciálhatóság és folytonosság kapcsolata; az inverz függvény differenciálhatósága, deriváltja; hatványsorok differenciálhatósága; deriválási szabályok magasabb rendű deriváltakra, Leibniz-szabály; középérték-tételek (Cauchy-, Lagrange-, Rolle-); Taylor tétele; a szélsőérték elegendő feltétele; a konvexitás (konkavitás) elegendő feltétele (kétszer) differenciálható függvényekre; L'Hospital-szabály.

A vizsgadolgozatban előforduló feladat-típusok:

- halmaz-műveletek azonosságainak igazolása;
- műveletek konkrét halmazokkal;
- konkrét halmaz konkrét függvény általi képe, ösképe;
- halmaz belső (illetve határ-, torlódási) pontjainak meghatározása;
- sorozatok konvergenciájának vizsgálata, a határérték meghatározása;
- sorok konvergenciájának vizsgálata; mértani (és egyéb speciális) sorok (illetve ilyenek lineáris kombinációi) összegének meghatározása;
- függvények határértékének meghatározása algebrai átalakítások segítségével;
- hatványsorok konvergencia-sugarának meghatározása; hatványsorok (és ezekre visszavezethető függvénysorok) konvergencia-tartománya;
- elemi függvények deriválása; szorzatok magasabb rendű deriváltjai;

- függvényvizsgálat (értelmezési tartomány, „paritás”, periódus, zérushelyek, folytonosság, szakadási helyek, határértékek az értelmezési tartomány határpontjaiban illetve +/- végtelenben, differenciálhatóság, első és második derivált, monoton szakaszok, [lokális] szélsőérték-helyek, konvex/konkáv szakaszok, inflexiósi helyek, aszimptóták, vázlatos ábra, értékkészlet).

A felkészüléshez ajánlott irodalom

- Bárczy Barnabás, Differenciálszámítás — Példatár, Műszaki Könyvkiadó, 1968 (7. kiadás: 1994).
- B. P. Gyemidovics, Matematikai analízis feladatgyűjtemény, Tankönyvkiadó, 1974.
- Lajkó Károly, Kalkulus I. (egyetemi jegyzet, 1–2. kötet), mobiDIÁK könyvtár, DE Matematikai és Informatikai Intézet, Debrecen, 2003.
- Lajkó Károly, Kalkulus I. példatár (1–2. kötet), mobiDIÁK könyvtár, DE Matematikai és Informatikai Intézet, Debrecen, 2003.
- Rimán János, Matematikai analízis I., EKTF, Líceum Kiadó, Eger, 1998.
- Rimán János, Matematikai analízis feladatgyűjtemény I.-II., EKTF, Líceum Kiadó, Eger, 1998.
- W. Rudin, A matematikai analízis alapjai, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1978.

Dr. Lajkó Károly jegyzete és példatára jelenleg a

<http://mat.unideb.hu/boros-zoltan/oktatas.html>

web-oldalról tölthető le (pdf formátumban). A példatárban a gyakorló feladatsorok előtt számos kidolgozott megoldás is található.

Elérhetőségek

Az előadó *e-mail címe*: zboros@science.unideb.hu
 — *honlapja*: <http://math.unideb.hu/boros-zoltan/oktatas.html>
 — *irodája*: Matematikai Épület M 326
 — *fogadóórái*: hétfő 16–17, szerda 15–16

A tájékoztató melléklete:

- 1 vizsgadolgozat minta: Kalk1-vk-vd-m.pdf.

Debrecen, 2018. szeptember 19.

Boros Zoltán