



Magyar Tudományos
Akadémia

DEBRECENI EGYETEM, TERMÉSZETTUDOMÁNYI ÉS
TECHNOLÓGIAI KAR, MATEMATIKAI INTÉZET

DEBRECENI AKADÉMIAI BIZOTTSÁG, MATEMATIKAI
MUNKABIZOTTSÁG

A Magyar Tudomány Ünnepe

Emberközpontú tudomány

A matematika felfedezése



A Debreceni Akadémiai Bizottság Székháza,
4032 Debrecen, Thomas Mann u. 49., Csokonai terem
2017. november 23.



A Magyar Tudomány Ünneperől a Magyar Tudományos Akadémia már 1997 óta megemlékezik, hivatalosan azonban 2003 óta ünnepeljük minden év november 3-án, azon a napon, melyen 1825-ben Széchenyi István birtokainak egy évi jövedelmét felajánlotta a Magyar Tudós Társaság megalapítására, és ezzel lehetővé tette a Magyar Tudományos Akadémia megalapítását. A hivatalos indoklás szerint az „Országgyűlés a tudomány társadalomban betöltött szerepét kiemelkedően fontosnak, a tudomány művelése és fejlesztése érdekében végzett tevékenységet elismerésre és kiemelkedő támogatásra méltónak tartja” ezért e napot a 2003. évi XCIII. törvény a magyar tudomány ünnepévé nyilvánította. A Magyar Tudomány Ünnepe Magyarországon számos városában, sőt a határokon túl is, többhetes rendezvénysorozaton vehetnek részt az érdeklődők. A különböző előadások, kiállítások, bemutatók, filmvetítések, tudományos fórumok egy-egy vezérgondolat jegyében zajlanak. A Magyar Tudomány Ünnepe 2017. évi rendezvénysorozata november 3-30. között, országosan kerül megrendezésre. Az Akadémia Elnökségének döntése értelmében a 2017. évi Magyar Tudomány Ünnepe témájának főcíme: *Emberközpontú tudomány*.

Program

A matematika a tudomány épületének alapja. Módszereit ma már minden tudomány átveszi a történettudománytól és a nyelvészettől kezdve az alkalmazott tudományokig. A matematika besorolása és mibenlétének eldöntése napjainkban is élő tudomány-filozófiai probléma annak ellenére, hogy szorosan hozzátartozik mindennapi életünkhöz. *A mai társadalom nem működhetne matematika nélkül...A legtöbben soha nem is sejtjük, hogy körülvesz bennünket, és a háttérben dolgozik a modern technológia csodáinak működtetésén.* (I. Stewart, A végtelen megszelídítése, Helikon 2007). A rendezvény célja a matematika felfedezésének élményét nyújtani – matematikai előadások formájában: alakfelismerési és megőrzési problémák, sztochasztikus folyamatok és döntési rendszerek, párhuzamosság, függvényegyenletek, harmonikus és diszkrét analízis. Előadóink a Debreceni Egyetem Természettudományi és Technológiai Karának Matematikai Intézetét képviselik és szűkebb szakterületük szerint az Algebra és Számelmélet, az Analízis és a Geometria Tanszék oktatói.

17⁰⁰–17⁰⁵ Megnyitó

17⁰⁵–17⁵⁰ I. tudományos szekció

17⁰⁵–17²⁰ Hajdu Lajos: *Tomográfia diszkrétén*

17²⁰–17³⁵ Maksa Gyula: *Függvényegyenletek egymástól való idegensége*

17³⁵–17⁵⁰ Muzsnay Zoltán: *Párhuzamos eltolás és holonómia*

17⁵⁰–18⁰⁰ Szünet

18⁰⁰–18⁴⁵ II. tudományos szekció

18⁰⁰–18¹⁵ Gát György: *Trigonometrikus Fourier-sorok*

18¹⁵–18³⁰ Nagy Gergő: *Megőrzési problémák operátorok struktúráin*

18³⁰–18⁴⁵ Lovas Rezső László: *Gauss-féle sztochasztikus folyamatok Karhunen–Loève-sorfejtése*

18⁴⁵–18⁵⁵ Szünet

18⁵⁵–19⁴⁰ III. tudományos szekció

18⁵⁵–19¹⁰ Herendiné Kónya Eszter: *A diákok problémamegoldó gondolkodásának jellegzetességei*

19¹⁰–19²⁵ Pongrácz András: *Markov-láncok és döntési rendszerek*

19²⁵–19⁴⁰ Gselmann Eszter: *Ugye, lehetek diszkrét?*

19⁴⁵–21⁰⁰ Kötetlen beszélgetés

Az előadások kivonatai

Hajdu Lajos

(Algebra és Számelmélet Tanszék)

Tomográfia diszkrétén

Sok esetben nagyon hasznos volna „belenézni” egy tárgyba úgy, hogy annak szerkezetét ne károsítsuk. Jó példa erre egy emberi szerv, vagy egy kristály, de akár föld alatti üregekre is gondolhatunk. A tomográfia célja e feladat minél hatékonyabb végrehajtása: valamilyen „átvilágítás” (például röntgensugarak) segítségével a vizsgált tárgyról kapott információk alapján a tárgy belső szerkezetének leírása. A „diszkrét” esetben az objektumot „kis részenként” (pl. atomokként vagy kis részre osztott „anyagdarabokként”) tudjuk rekonstruálni. Az előadásban röviden vázoljuk a diszkrét tomográfia egy (Robert Tijdeman-tól és az előadótól származó) algebrai háttérű elméletét, néhány alkalmazással.

Maksa Gyula

(Analízis Tanszék)

Függvényegyenletek egymástól való idegensége

A kutatásokat ezen a területen Jean Dhombres francia matematikus kezdeményezte 1988-ban. Azóta többen csatlakoztak a vizsgálatokhoz, és a témakörben eddig körülbelül negyven publikáció jelent meg. Az alapkérdés az, hogy ha van két függvényegyenlet, akkor az ezek oldalankénti összeadásával nyert újabb függvényegyenlet megoldásai úgy állnak-e elő, hogy a megoldások külön-külön megoldásai a két összeadott egyenletnek, vagy nem. Ha igen, akkor azt mondjuk, hogy a két összeadott függvényegyenlet egymástól idegen. Ettől általánosabb és árnyaltabb fogalmak is szerepelnek már a témakörben. Ilyenekről szól majd az előadás - példák bemutatásával.

Muzsnay Zoltán

(Geometria Tanszék)

Párhuzamos eltolás és holonómia

Geometriai terek holonómia csoportja a zárt görbék mentén vett párhuzamos eltolások által generált csoport. A Riemann-féle holonómia csoportokat igen alaposan tanulmányozták és mára ezek teljes klasszifikációja ismert. A Finsler terek holonómia tulajdonságairól egyelőre keveset tudunk, de konkrét példák azt mutatják, hogy ezen terek holonómiája nagyon eltérhet a Riemann terekétől. Ebben az előadásban a Zermelo navigációs problémából (is) származtatható Randers terek holonómiájáról lesz szó.

Gát György

(Analízis Tanszék)

Trigonometrikus Fourier-sorok

Az előadásban áttekintünk néhány a trigonometrikus Fourier-sorokra vonatkozó ismert és újabb eredményt, problémát. Bemutatjuk a Fourier elmélet egy olyan gyakorlati alkalmazását, amellyel sokszor találkozhatunk.

Nagy Gergő

(Analízis Tanszék)

Megőrzési problémák operátorok struktúráin

Előadásunkban Hilbert-tér operátorok közepeivel kapcsolatos megőrzési problémákat vizsgálunk. Ezek közül az objektumok közül a leggyakrabban az ún. Kubo-Ando közepeket tanulmányozzák, melyeket egy négy axiómából álló rendszer ír le. A másik, az előadásban szereplő középcsald a kváziaritmetikai közepek osztálya, melyek a valós számok esetén használt formulával értelmezhetők Hilbert-tér operátorokra is. A két középcsald tagjainak fontos közös jellemzője, hogy azok műveletek a pozitív, ill. a pozitív invertálható operátorok halmazán. Így természetesen adódik a probléma, írjuk le az utóbbi halmazok Kubo-Ando vagy kváziaritmetikai közepekre vonatkozó homomorfizmusainak struktúráját. Fontos megjegyezni,

hogy ezek éppen azok a leképezések, amelyek egyfajta értelemben megőrzik az adott közepeket. Egy, az utóbbihoz kapcsolódó kérdés az, hogy milyen alakúak a közép valamilyen normáját invariánsan hagyó transzformációk a két említett halmazon. A prezentációban bemutatjuk ennek a két problémának a megoldását néhány speciális esetben.

Lovas Rezső László

(Geometria Tanszék)

Gauss-féle sztochasztikus folyamatok Karhunen–Loève-sorfejtése

Egy Gauss-féle sztochasztikus folyamatnak a kovarianciafüggvénye által meghatározott integráloperátor sajátfüggvényei szerinti sorfejtését Karhunen–Loève-sorfejtésnek nevezzük. Az előadásban áttekintjük a Gauss-folyamat és a Wiener-folyamat fogalmát, valamint azokat az egyéb fogalmakat, amelyek szükségesek a Karhunen–Loève-tétel pontos kimondásához. Végül az általános elméletet néhány konkrét példán szemléltetjük.

Herendiné Kónya Eszter

(Geometria Tanszék)

A diákok problémamegoldó gondolkodásának jellegzetességei

A problémamegoldó gondolkodás folyamatának elemzése Pólya György *How to solve it? (A gondolkodás iskolája, ford. Lakatos Imre, 1957)* c. könyvének 1945-ös megjelenése óta máig releváns kutatási téma a matematikai didaktikában. Az előadás első részében rövid történeti áttekintést adok a téma fókuszpontjainak alakulásáról. Ezt követően Alan Schoenfeld: *Problem solving (1985)* c. könyvére támaszkodva a problémamegoldó gondolkodás jellegzetességeit a következő négy kategóriához kapcsolódva mutatom be és támasztom alá konkrét tapasztalatokkal:

- (1) tárgyi tudás [resources], amely magában foglalja mindazokat a fogalmakat, eljárásokat, készségeket, amelyekkel a tanuló rendelkezik, és amelyeket képes a megoldás érdekében mozgósítani;
- (2) heurisztikus stratégiák [heuristics], azaz általános technikák, tanácsok, amelyek útmutatóul szolgálnak a probléma megértéséhez, a megoldás megtervezéséhez és kivitelezéséhez;

- (3) kontrollálás [control], amely az egyes lépések és az eredmény tudatosítását, ellenőrzését, kiértékelését jelenti, ezáltal hatékonyabbá téve az ismeretek és módszerek felhasználását;
- (4) a matematikához való viszonyulás [belief systems], amely ugyancsak befolyásolja a problémamegoldás eredményességét.

Pongrácz András

(Algebra és Számelmélet Tanszék)

Markov-láncok és döntési rendszerek

Az előadásban olyan nemdeterminisztikus döntéshozási modellekről lesz szó, melyekben garantálható, hogy véges időn belül 1 valószínűséggel konszenzus alakul ki a szavazók között. Effajta modelleket több helyen alkalmaznak, pl. számítógépes hálózatok szinkronizálásában, vagy járványok terjedésének vizsgálatában. Elemzünk egy konkrét esetet, amikor az n szavazó egy kör alakú asztal körül ül, és mindenki csak a két szomszédjával kommunikál. Ebben az esetben az egyik legszörűbb szavazási modelltől nemrég azt igazolták, hogy várhatóan legfeljebb $33n^2$ lépésben kialakul a konszenzus, bármilyen véleménye is volt kezdetben az n résztvevőnek. Számítógépes szimulációk alapján szinte biztosra vehető volt, hogy a valós nagyságrend a legrosszabb esetben $n^2/4$ lépés körül van. Vázlatosan bemutatom, hogyan javítható meg teljesen elemi eszközökkel a fenti korlát az aszimptotikusan helyes $n^2/4 + O(n^{3/2})$ becsléssé.

Gselmann Eszter

(Analízis Tanszék)

Ugye, lehetek diszkrét?

A közönséges és parciális differenciálegyenletek numerikus elmélete egy olyan kutatási ág, amely három tudományterület, az alkalmazott természettudományok (pl. a fizika, a kémia stb.), a matematika és az informatika határmezsgyéjén helyezkedik el. A parciális differenciálegyenletek numerikus elméletében alapvetően három módszer létezik, ezek: a végeselem módszer, a végestérfogat módszer és a véges differenciák módszere. Én elsősorban a véges differenciák módszerével foglalkozok. A lineáris parciális differenciaegyenletek elméletére Székelyhidi László egy

olyan, úgynevezett spektrális módszert dolgozott ki, mely ilyen egyenletek megoldásait írja le, teljesen. Ez az eredmény azonban inkább elméleti, mintsem gyakorlati jellegű. A módszer lényege ugyanis az, hogy minden lineáris parciális differenciaegyenlet megoldása visszavezethető több (általában végtelen sok) parciális differenciálegyenlet polinom alakú megoldásainak a meghatározására.

Abban az esetben, amikor a szóban forgó differenciálegyenlet a tér valamely korlátos részhalmazán teljesül, a véges differenciák módszere egy olyan differenciaegyenletet származtat, melynek szintén egy korlátos halmazon kell fennállnia. Ebben az esetben tehát egy numerikus problémáról van szó. Ha azonban a vizsgált differenciálegyenlet egy nemkorlátos halmazon (például az egész téren) áll fenn, akkor a fenti módszer egy olyan differenciaegyenletet szolgáltat, melynek szintén egy nemkorlátos halmazon kell fennállnia. Világos, hogy ebben az esetben viszont már egy nem numerikus problémával állunk szemben. Szemben a korlátos halmazon teljesülő egyenletekkel, ilyen jellegű problémáknak jelenleg még nincs kidolgozott elmélete. Ebben az előadásban ehhez a témakörhöz szeretnék hozzájárulni.